DAILY PROGRAM®

TRAINING PAPER (特許出願中)

高校入試60日間デイリープログラム

中学③年　数学（見本）

No. 1

学習項目の総復習

第１日 ～ 第14日　（解答は別冊）

KyoikuSoft

いよいよ12月，入試まで残すところあと3か月ほどとなりました。

高校入試60日間デイリープログラムは，全部で4巻ありますが，この第1巻では，中学校で学習したすべての学習事項を総復習し，入試によくでる問題を解いていきます。

あなたは，このデイリープログラムで学習していけば，中学3年間の全学習，中学3年間の全学習範囲を基礎からふり返り，入試によく出る重要問題を解くわけですから，知らず知らずのうちに，入試に合格できる実力が養成されます。

このデイリープログラムは，たとえば，第1巻第1日はもくじに12月10日のように日付がついているので，これにそって学習していけば，無理なく入試勉強が進められます。1日に何日分もやる必要はありません。学習は毎日続けてこそ効果が上がるものです。毎日1日分を確実に学習しましょう。

このデイリープログラムをきちんと消化していけば，もし，あなたが数学が苦手であったとしても，入試は絶対大丈夫，安心して取り組んでください。

デイリープログラムを最後までやりとげて，合格をかちとりましょう。

◎1巻の構成と使い方

1巻では「学習事項の総復習」として，中学校1年～3年で学習する内容を，学年をとりはらい縦割りにして復習していきます。入試問題を素材にしていますが，基本的なものばかりですから，無理なく学習が進められます。

1日の構成は次のようになっています。

学習事項のまとめ　　各学習事項がまとめてあります。

↓

トレーニング　　学習事項に対応した，基本的な問題を解きます。

できない問題に出会っても，決してあせってはいけません。トレーニングの解答は，どの問題もていねいに書かれています。解答のしかたをよく読んで，そのつど理解していけばよいのです。

そして，次に，同じパターンの問題に出会ったときは，その解答のしかたを思い出しながら解けばよいのです。

このような積み重ねによって，あなたの実力は確実に高まっていきますから，がんばりましょう。

学習項目の総復習

第１日　正負の数・平方根の計算

まずは計算問題からです。とくに公立高校の入試では配点は低いものの必ず出題されるところですから，慎重に解きたい部分です。ここでミスはしたくないですね。

基本の部分からの計算問題をやっていきましょう。

■正負の数の計算（1）

◆分数の加法・減法◆

・分数の加法・減法　……　分母を合わせて（通分して），分子の計算をします。

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1\times3}{2\times3}+\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{8}-\frac{1}{6}=\frac{3\times3}{8\times3}-\frac{1\times4}{6\times4}=\frac{9}{24}-\frac{4}{24}=\frac{5}{24}$$

⇦ ８と６の最小公倍数２４を分母にする。

◆正負の数の加法・減法◆

・同符号の加法　……　２数の絶対値の和を求め，２数に共通の符号をつけて表します。

$(+\underline{2})+(+\underline{3})=+(\underline{2+3})=+5$　⇦共通の符号は＋，絶対値の和は　２＋３＝５

$(-\underline{2})+(-\underline{3})=-(\underline{2+3})=-5$　⇦共通の符号は－，絶対値の和は　２＋３＝５

・異符号の加法　……　２数の絶対値の大きいほうから小さいほうをひいた数に，絶対値の大きいほうの符号をつけて表します。

$(+\underline{5})+(-\underline{3})=+(\underline{5-3})=+2$　　$(-\underline{5})+(+\underline{3})=-(\underline{5-3})=-2$

・減法　……　正，負の数の減法では，ひく数の符号を変えて加法に直して計算します。

$(-4)-(+2)=(-4)\underline{+(-2)}=-6$　⇦＋にして，＋を－に。

$(-3)-(-1)=(-3)\underline{+(+1)}=-2$　⇦＋にして，－を＋に。

トレーニング

1

次の計算をしなさい。

(1)　$-4+7$　（和歌山県）

(2)　$(-3)-(-8)$　（高知県）

(3)　$2-(-3)+4$　（大阪府）

(4)　$-2+5-6$　（石川県）

⇨あっという間にできましたね。すばやく！正確に！

2

次の計算をしなさい。

(1)　$\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{3}$　（新潟県）　　(2)　$\dfrac{2}{5}-\dfrac{1}{4}$　（長崎県）

(3)　$\left(-\dfrac{3}{4}\right)+\dfrac{2}{3}$　（富山県）　　(4)　$\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{4}$　（兵庫県）

■正負の数の計算 (2)

◆分数の乗法・除法◆

・分数の乗法　……　分母どうし分子どうしのかけ算をして，約分します。

$$\frac{9}{14}\times\frac{7}{12}=\frac{\cancel{9}^{3}\times\cancel{7}^{1}}{{}_{2}\cancel{14}\times\cancel{12}_{4}}=\frac{3}{8}$$

・分数の除法　……　わる数を逆数(かけて１になるような数)にして乗法に直します。

$$\frac{4}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{4}{5}\times\frac{3}{2}=\frac{{}^{2}\cancel{4}\times3}{5\times\cancel{2}_{1}}=\frac{6}{5}$$

⇨$\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{2}=1$だから$\dfrac{2}{3}$の逆数は$\dfrac{3}{2}$

◆正負の数の乗法・除法◆

・同符号の２数の積　……　絶対値の積に＋の符号をつける。

$(+2)\times(+3)=+(2\times3)=+6$

$(-2)\times(-3)=+(2\times3)=+6$

・異符号の２数の積　……　絶対値の積に－の符号をつける。

$(+2)\times(-3)=-(2\times3)=-6$

$(-2)\times(+3)=-(2\times3)=-6$

$-(-3)$は次のように考えられます。　$-(-3)=(-1)\times(-3)=3$

・累乗　……　同じ数をいくつかかけたものは，その数の右肩にかけた個数を書いて表します。

$2\times2\times2\times2=2^4$

・除法　……　わる数を逆数にして乗法にします。

$$2\div(-3)=2\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\left(2\times\frac{1}{3}\right)=-\frac{2}{3}$$

⇨-3の逆数は$-\dfrac{1}{3}$

・いくつかの数の積の符号と絶対値

いくつかの数の積の符号は，かけ合わされる負の数の個数で決まります。

負の数が奇数個のとき，積の符号は－

負の数が偶数個のとき，積の符号は＋

トレーニング

3

次の計算をしなさい。

(1)　$\frac{1}{6} \times \frac{4}{5}$　（広島県）

(2)　$(-12) \times (-4)$　（岡山県）

(3)　$5 \times (-4)$　（北海道）

(4)　$\frac{8}{3} \div (-4)$　（青森県）

⇨いままでは，基本の中の基本。これからが本番です。くれぐれも計算間違いのないように。

■四則の混じった計算

・四則の混じった式の計算では，

①　累乗があれば，累乗の部分からさきに計算します。

②　かっこのある式は，かっこの中からさきに計算します。

③　四則の混じった式は，乗除をさきに計算してから，加減を計算します。

$(-6)^2 \div 9 - (5-8) \times 4$

$= 36 \div 9 - (-3) \times 4$　⇨$(-6)^2 = (-6) \times (-6) = 36$

$= 4 - (-12)$　⇨乗除がさき

$= 16$

累乗の計算で次の２つの違いをよく理解しておこう。

$(-6)^2 = (-6) \times (-6) = 36$

$-6^2 = -1 \times 6^2 = -1 \times 6 \times 6 = -36$

あとは，練習あるのみ。

トレーニング

☆さあ，いこう。

4

次の計算をしなさい。

(1) $5-21\div3$ （鳥取県）

(2) $(-3)\times(-4)+(-15)\div5$ （茨城県）

(3) $(-2)^2-4\times3$ （岩手県）

(4) $-7\times(-6)+(-4)^2\div(-2^2)$ （秋田県）

(5) $-8+\{2+(-9)\}\times(-3)$ （和洋国府台女子）

(6) $\{(-2)\times9-(-6)\}\div(-2^2)$ （岩倉高）

(7) $-\frac{1}{2}+\frac{6}{7}\div3$ （長野県）

(8) $-\frac{3}{7}\times\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)$ （山形県）

(9) $\frac{2}{3}-\frac{2}{15}\div\frac{4}{5}$ （鹿児島県）

(10) $\frac{12}{35}\times\left(-\frac{10}{9}\right)\div\frac{16}{21}$ （正則学園）

(11) $7\times\left(-\frac{1}{2}\right)-(-4)\div\frac{8}{5}$ （佼成学園女子）

(12) $\frac{3}{2}\times(5-2)\div\frac{1}{2}$ （土浦日大高）

(13) $5-\frac{2}{3}\div\frac{5}{9}+\frac{1}{2}\times(-1.6)$ （淑徳学園）

(14) $(-2)^3\div\frac{2}{3}-2^3\times(0.75-1)$ （玉川学園）

⇨次から平方根の計算だ。中３でやったから，まだ覚えているでしょう。

■平方根の計算 (1)

◆平方根の乗除◆

・**平方根の乗法** …… 根号の中の数どうしのかけ算をして，根号の中にいれます。

$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2\times3}=\sqrt{6}$

・**平方根の除法** …… 根号の中の数どうしのわり算をして，根号の中にいれます。

$\sqrt{5}\div\sqrt{7}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\dfrac{5}{7}}$

◆根号の中を簡単にする◆

・根号の中の数が２乗の因数をもてば，その因数を根号の外に出すことができます。

$\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times2}=3\sqrt{2}$

◆分母に根号を含まない形にする◆

・分母に根号がある数は，分母と分子に同じ数をかけて，分母に根号がない形に変形します。

$\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ ⇨ 分数の約分みたいなものだ。答えの分母に根号が残っていたらアウト！

トレーニング ☆さあ，チェックだ。

5

次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{(-9)^2}$ （和歌山県）　　(2) $\sqrt{5}\times\sqrt{10}$ （栃木県）

(3) $\sqrt{98}\div\sqrt{2}$ （大阪府）　　(4) $\sqrt{32}\div\sqrt{12}\div\sqrt{6}$ （愛知県）

6 ＜宮城県＞

$\dfrac{8}{3\sqrt{2}}$ を分母に根号がない形にしなさい。

⇨次は平方根の加減です。まだまだ基本ですが，油断せずしっかり学習しましょう。

■平方根の計算（2）

◆平方根の加減◆

・根号を含む式の加法・減法では，同じ数の平方根を含んだ式は，まとめて簡単にできます。

$3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=7\sqrt{5}$

$\sqrt{2}-\sqrt{8}=\sqrt{2}-\sqrt{2^2\times 2}=\sqrt{2}-2\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

注：　$\sqrt{2}+\sqrt{3}$ は同じ数の平方根ではありませんので，これ以上計算はできません。

⇨まず，根号の中を同じ数にするようにするんだよ。

トレーニング

7

次の計算をしなさい。

(1)　$5\sqrt{3}+\sqrt{12}$　（富山県）

(2)　$\sqrt{18}-\sqrt{2}$　（沖縄県）

(3)　$\sqrt{8}-\sqrt{5}+\sqrt{2}$　（長野県）

(4)　$\sqrt{8}-\sqrt{2}+\sqrt{32}$　（岡山県）

(5)　$\sqrt{12}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　（石川県）

(6)　$\dfrac{12}{\sqrt{2}}-\sqrt{8}$　（佐賀県）

(7)　$\sqrt{8}\times\sqrt{6}-\sqrt{27}$　（茨城県）

(8)　$\sqrt{6}\,(\sqrt{18}-\sqrt{8})$　（大分県）

(9)　$\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}+\dfrac{3}{\sqrt{6}}-\dfrac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$　（市川高）

(10)　$\sqrt{125}-\dfrac{15}{\sqrt{5}}-7\sqrt{\dfrac{5}{9}}$　（国立高専）

■数の大小と平方根

◆数の大小◆

・数直線では，右側にあるほど大きく，左側にあるほど小さい。

$$-3<-0.5<-\frac{1}{6}<0<\frac{1}{10}<+1<\frac{9}{4}<9$$

$$⇨-\frac{1}{6}=-0.166\cdots,\quad \frac{1}{10}=0.1,\quad \frac{9}{4}=2.25$$

◆平方根と数の大小◆

・平方根どうしの大小は根号内の数の大小と同じです。

・数と平方根の大小は，次の２通りの方法で比べることができます。

① 両方とも$\sqrt{}$の形にして，中の数の大小を比べる　　$5=\sqrt{25}$ より，$5>\sqrt{24}$

② ２つの数を２乗して，$\sqrt{}$をはずして比べる　　$5^2>24$ より，$5>\sqrt{24}$

トレーニング

8 ＜群馬県＞

次の４つの数を，小さい順に左から並べなさい。

$$1,\quad -\frac{5}{2},\quad 0,\quad -3$$

9 ＜熊本県＞

次の３つの数の大小を，不等号を使って表しなさい。

$$5,\quad \sqrt{26},\quad 2\sqrt{6}$$

10 ＜宮城県＞

$\frac{5}{3}$ より大きく $\sqrt{19}$ より小さい整数をすべてあげなさい。

⇨次のページでは，この回のいろいろな問題がでてきます。

11

次の計算をしなさい。

(1)　$-7+3$　(奈良県)

(2)　$+8\div(-2)$　(群馬県)

(3)　$-\frac{2}{3}-\frac{5}{6}$　(長野県)

(4)　$-\frac{3}{8}\div\frac{9}{16}$　(宮崎県)

(5)　$2\times(-3)^2-2^3\div4$　(広島大附)

(6)　$\frac{3}{10}\times\left(-\frac{4}{9}\right)-\frac{3}{7}\div\left(-\frac{9}{14}\right)$　(国立高専)

12

次の計算をしなさい。

(1)　$7\sqrt{2}-2\sqrt{8}$　(福島県)

(2)　$(\sqrt{8}+\sqrt{18})\div\sqrt{2}$　(愛知県)

(3)　$\sqrt{3}(\sqrt{12}-\sqrt{3})$　(島根県)

(4)　$\frac{12}{\sqrt{2}}-\sqrt{8}$　(佐賀県)

(5)　$\sqrt{12}\left(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$　(東京女子学院)

(6)　$-\frac{9}{\sqrt{18}}-\sqrt{6}\times\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}$　(東京工業高)

13　＜青山学院＞

次の数を小さい順に並べ，記号で答えなさい。

ア　$\frac{7}{6}$　　イ　$\frac{\sqrt{10}}{3}$　　ウ　$\sqrt{\frac{7}{6}}$　　エ　$\frac{\sqrt{5}}{2}$

学習項目の総復習

第２日　文字を含んだ式の計算

きょうは，文字を含んだ式の計算です。単項式，多項式など学習しましたね。
ここも，ほとんど計算問題です。慎重に計算していきましょう。

■式の計算 (1)

◆多項式の加法・減法◆

・多項式の加法　……　整式の加法は，すべての項を加え，同類項(文字の部分が同じ項)をまとめます。

$$(2x^2+3x)+(3x^2-5x)=2x^2+3x+3x^2-5x$$
$$=(2+3)x^2+(3-5)x$$
$$=5x^2-2x$$

・多項式の減法　……　かっこの中の符号を逆にして，かっこをはずし計算します。

$$(2x^2+3x)-(3x^2-5x)=2x^2+3x-3x^2+5x$$
$$=(2-3)x^2+(3+5)x$$
$$=-x^2+8x$$

◆数と多項式の乗除◆

・多項式と数の乗法　……　分配法則を使って計算します。

$$-3(2a-b)=(-3)\times 2a+(-3)\times(-b)=-6a+3b$$

・多項式と数の除法　……　分数の形にして計算します。

$(12a-6b)\div 3$　⇨わる数を分母にする。

$=\dfrac{12a-6b}{3}$　⇨$(12a-6b)\div 3=(12a-6b)\times\dfrac{1}{3}$ と同じ。

$=\dfrac{12a}{3}-\dfrac{6b}{3}=4a-2b$　⇨分数の形でしっかり約分。

トレーニング

☆ではチェックです。

1

次の計算をしなさい。

(1)　$(3x-1)-(x-7)$　(奈良県)

(2)　$(3a+5)-(2a-1)$　(北豊島高)

(3)　$(5x+3y)-(2x-y)$　(沖縄県)　　(4)　$\dfrac{a}{2}-(a-2b)$　(秋田県)

2

次の計算をしなさい。

(1)　$-(4x-y)+(7x+9y)$　(広島県)　　(2)　$2(x+5y)-(x+y)$　(栃木県)

(3)　$7(a+2b)-2(3a-b)$　(三重県)　　(4)　$(4x+6)\div 2-(x-3)$　(香川県)

(5)　$\dfrac{2a+b}{2}-\dfrac{5a+3b}{6}$　(熊本県)　　(6)　$\dfrac{4x+2y}{3}-\dfrac{3x+y}{4}$　(桜美林高)

■式の計算 (2)

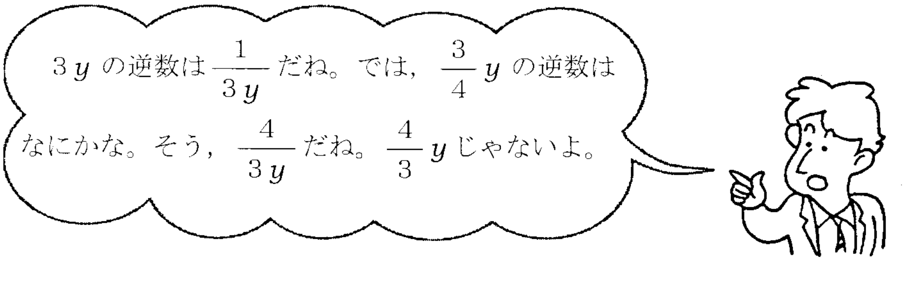
◆単項式の乗除◆

・(単項式)×(単項式)の計算　……　係数は係数どうし，文字は文字どうしをかけます。

$$2x\times 3y=2\times x\times 3\times y$$
$$=2\times 3\times x\times y=6xy$$

・(単項式)÷(単項式)の計算　……　逆数をかける形にし，分母と分子で共通な数や文字を約分します。

$$12xy\div 3y=12xy\times\frac{1}{3y}=\frac{12xy}{3y}=4x$$ ⇨12と3，xとxで約分できる。



トレーニング

3

次の計算をしなさい。

(1) $2a \times (-4a)$ (奈良県)

(2) $a^3 b \times 7ab^2$ (栃木県)

(3) $15ab^3 \div 5ab$ (神奈川県)

(4) $\frac{3}{5}xy^2 \times \frac{1}{3}x$ (山梨県)

(5) $3a \times (-2a)^2 \div a$ (高知県)

(6) $12a^2 b \div (-6ab) \times 3ab^2$ (愛知県)

4

次の計算をしなさい。

(1) $(6a^2 b + 4a) \div 2a$ (富山県)

(2) $(24x^2 - 15xy) \div 3x$ (山形県)

(3) $12a^2 b^2 \div (-2ab) + ab$ (愛知県)

(4) $\left(-\frac{2}{3}ab^2\right) \div \left(-\frac{9}{2}b\right)$ (佐賀県)

(5) $8ab^2 \div \left(-\frac{4}{3}b\right) \times 2a$ (石川県)

(6) $\left(-\frac{2}{3}ab^2\right)^2 \div \frac{4}{3}a^2 b$ (東京工業高)

⇨ $\left(-\frac{2}{3}ab^2\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}ab^2\right) \times \left(-\frac{2}{3}ab^2\right)$ だね。

(1)，(2)は(多項式)÷(単項式)だけど，そんなこと意識しないで，できたでしょ。

■式の変形と値

◆等式の変形◆

・○について解く　……　２種類以上の文字が入った式を，○＝～ の形にする。

$2x+y=5$ を y について解くと　→　$y=-2x+5$

◆式の値◆

・式の値　……　先に式の計算をして，式を簡単にしてから数を代入して計算する。

$x=$△，$y=$□のとき，$2(2x-3y)-(-3x+4y)$ の値を求めるには

→　$2(2x-3y)-(-3x+4y)$　を計算し　$7x-10y$ に△，□を代入

トレーニング

☆さあ，チェックだ。

5

次の式を［　　］内の文字について解きなさい。

(1)　$3x-5y=15$　［y］　(大分県)　　(2)　$S=\dfrac{1}{2}(a+b)h$　［b］　(京都府)

6

次の問いに答えなさい。

(1)　$a=-2$ のとき，a^2-3a の値を求めなさい。　(福岡県)

⇨ a^2-3a は計算できないね。このまま代入しよう。

(2)　$a=4$，$b=-2$ のとき，$(-3a-10b)-(5b-4a)$ の値を求めなさい。　(青森県)

(3)　$a=3$，$b=-4$ のとき，$(6a^2-15ab)\div 3a$ の値を求めなさい。　(静岡県)

■数量の表し方

◆数量の表し方◆

・平均　……　全体の合計を回数で割る

１本a円のバラ５本と，１本b円のユリ７本を買い，この代金を３人ではらうときの１人あたりの平均金額　→　$\dfrac{5a+7b}{3}$

・速さと道のり　……　(道のり)＝(速さ)×(時間)

時速４ｋｍでa時間進んだときの道のり　→　$4a$（ｋｍ）

・割合　……　$p\%=\dfrac{p}{100}$，a割$=\dfrac{a}{10}$の関係

４００円の$p\%$にあたる金額　→　$4p$（円）

・偶数　……　整数をnとすると　$2n$

・奇数　……　整数をnとすると　$2n-1$　または　$2n+1$

・連続する整数　……　小さいほうをnとすると　n　と　$n+1$

トレーニング

では，練習です。

7

次の問いに答えなさい。

(1)　１辺がaｃｍの正方形の周の長さは何ｃｍですか。　(山梨県)

(2)　１０００円のa％は何円になりますか。　(岩手県)

(3)　１本a円のカーネーション５本と，１個b円のケーキを３個買ったときの代金の合計をa，bを使った式で表しなさい。ただし，消費税は考えないものとします。　(秋田県)

(4)　長さ７ｍの紙テープから３０ｃｍの紙テープをa本切り取りました。単位を決めて，残った紙テープの長さを表す式を作りなさい。　(富山県)

(5)　男子３人の体重の平均がaｋｇ，女子４人の体重の平均がbｋｇのとき，７人の体重の合計を式で表しなさい。　(群馬県)

⇨この回のいろいろな問題がでてきます。計算間違いのないように。

8

次の計算をしなさい。

(1) $4a+1-(5-a)$ （宮崎県）

(2) $4(a+b)-(8a-5b)$ （東京都）

(3) $\frac{1}{5}(6x+1)+\frac{1}{2}(x-3)$ （愛媛県）

(4) $\frac{a+b}{3}+\frac{a-b}{2}$ （和歌山県）

(5) $12a^2b \div 3ab$ （岡山県）

(6) $9ab^2 \div (-4a) \times 8b$ （滋賀県）

(7) $(3a^2+6ab) \div \frac{3}{2}a$ （岡山県）

(8) $(-3ab)^2 \times 2ab^2 \div (-a^3b^2)$

（土浦日大高）

9 ＜正則学園＞

次の等式を（　　）の中に示された文字について解きなさい。

(1) $5a+3b=c-4$ （ b ）

(2) $a(x-y)=x+y+3$ （ y ）

10 ＜福島県＞

十の位が a, 一の位が b である２けたの自然数を, a, b を使った式で表しなさい。

学習項目の総復習

第３日　乗法公式と因数分解

計算問題の最後は中３でやった乗法公式です。乗法公式と平方根をからめた計算問題もよく出題されます。また，因数分解も乗法公式の逆を使うわけですから，この公式は必ず覚えておきましょう。

■多項式の乗法と乗法公式

◆多項式の乗法◆

・多項式の乗法　……　分配法則を使って次のように計算します。

$$(a+b)(c+d) = \overset{①}{a\times c} + \overset{②}{a\times d} + \overset{③}{b\times c} + \overset{④}{b\times d}$$
$$= ac+ad+bc+bd$$

$(2a+b)(a-2b) = 2a^2-4ab+ab-2b^2$

$= 2a^2-3ab-2b^2$　　⇦同類項を整理する。

◆乗法公式◆

・乗法公式　……　乗法公式には，次の４つがあります。

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　　(和の平方の公式)

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$　　(差の平方の公式)

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$　　(和と差の積の公式)

トレーニング

☆ではチェックです。

1

次の式を展開しなさい。

(1)　$(2x-3)(3x-1)$　(正則学園)　　(2)　$(x+6)^2$　(栃木県)

(3)　$(a-5)(a+5)$　(奈良県)　　(4)　$(2x+1)^2$　(広島県)

⇨乗法公式は組み合わせて出題されることが多いので，その練習をしましょう。

2

次の計算をしなさい。

(1) $x(x+2)+(x-1)^2$ (徳島県)　　(2) $(x+1)(x-1)-(x+2)^2$ (徳島県)

(3) $(x-5)(x+7)-(x-4)^2$ (岩倉高)　　(4) $(x-1)(x+3)-(x+2)(x-2)$ (愛媛県)

(5) $(x-2y)^2+2y(2x-y)$ (群馬県)　　(6) $(2x+y)(2x-y)-(x+2y)^2$ (大分県)

⇨多項式の乗法を利用した平方根の計算もよく出題されます。
とくに，乗法公式の和と差の公式では根号が消えますね。

3

次の計算をしなさい。

(1) $(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)$ (鳥取県)　　(2) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$ (広島県)

(3) $(2+\sqrt{3})(\sqrt{3}-2)$ (宮崎県)　　(4) $(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+3)$ (東京都)

(5) $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ (熊本県)　　(6) $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+4)-9$ (奈良県)

■因数分解

◆因数分解◆

・因数分解　……　多項式を積の形にすること。

$$(x+3)(x-3) \underset{\text{因数分解する}}{\overset{\text{展開する}}{\rightleftarrows}} x^2-9$$

（積の形）　　　　　　（和の形）

・共通因数でくくる　……　共通な因数(積の形にしたときの共通な部分)を（　　）の外にくくり出す。

$\underset{\sim}{m}a+\underset{\sim}{m}b=\underset{\sim}{m}(a+b)$　　⇦ $m\times(a+b)$ の形に因数分解。m が共通な因数。

・因数分解の公式(乗法公式の逆)の利用　……　乗法公式の逆の関係

$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$　　⇦かけて ab, たして $a+b$ になる２数。

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$　　⇦２乗の b^2, $2\times ab$ に注目。

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$　　⇦２乗の差の形。

トレーニング　　☆ではチェックです。

4

次の式を因数分解しなさい。

(1)　a^2b-5ab　（宮城県）

(2)　x^2-25　（茨城県）

(3)　$x^2+2x-15$　（山梨県）

(4)　x^2-6x+8　（長崎県）

(5)　$3x^2-30x+75$　（高知県）

(6)　$a^2b-6ab+9b$　（京都府）

⇨次は，ツーステップ必要な因数分解です。ついてきてくださいよ。

5

次の式を因数分解しなさい。

(1)　$m(x^2-6)+mx$　(熊本県)

(2)　x^2y-y　(滋賀県)

(3)　$(x-5)^2-4$　(鹿児島県)

(4)　$x(x+1)-6$　(沖縄県)

⇨まだまだ複雑な因数分解の問題はありますが，今回はここまでにして，
入試対策でまた学習しましょう。

■因数分解の利用

◆式の値◆

・因数分解できる式の値　……　さきに因数分解してから，値を代入する。

$a=2+\sqrt{3}$，$b=2-\sqrt{3}$ のとき，a^2-b^2 の値

→　$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ としてから代入

トレーニング

6

次の問いに答えなさい。

(1)　$x=2.25$，$y=0.25$のとき，x^2+y^2-2xy の値を求めなさい。　(青森県)

(2)　$x=17$のとき，x^2+6x+9 の値を求めなさい。　(埼玉県)

(3)　$x=\sqrt{2}$，$y=\sqrt{3}$ のとき $(x+y)^2-2xy$ の値を求めなさい。　(茨城県)

⇨きょうのいろいろな計算問題です。計算練習は多いほどいいので，２ページやりましょう。

7

次の式を計算しなさい。

(1)　$(x+2)(2x-3)$　（島根県）

(2)　$(2x-1)(3x-2)$　（沖縄県）

(3)　$(2x+1)^2$　（広島県）

(4)　$(x+3)^2-x(x+2)$　（神奈川県）

(5)　$(x+1)^2-(x-2)(x+2)$　（大分県）

(6)　$(x+4)^2-(x+5)(x+2)$　（愛媛県）

8

次の式を計算しなさい。

(1)　$(\sqrt{5}+2)(2\sqrt{5}-3)$　（千葉県）

(2)　$(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2$　（奈良県）

(3)　$(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)$　（和歌山県）

(4)　$(\sqrt{2}-1)^2+\sqrt{8}$　（滋賀県）

(5)　$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$　（大教大池田高）

(6)　$(\sqrt{2}+2)(2\sqrt{2}-1)-(\sqrt{2}-3)^2$　（福岡大大濠高）

9

次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+7x-30$ (富山県)

(2) $a^2-16a+64$ (宮城県)

(3) $25x^2-9$ (大阪府)

(4) $4x^2-4xy+y^2$ (佐賀県)

(5) $2x^2-2x-24$ (国立高専)

(6) $x^2y-5xy-6y$ (神奈川県)

(7) $(a-b)(a+2b)-4b^2$ (愛知県)

(8) $ab+b-a-1$ (香川県)

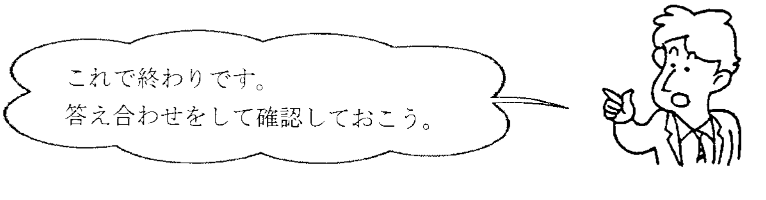
⇨ $ab+b$ を b でくくりましょう。

10 ＜愛知県＞

$a=-\frac{1}{3}$，$b=\frac{1}{2}$ のとき，$2ab+a^2+b^2$ の値を求めなさい。

11 ＜山口県＞

x^2-y^2 の因数分解を利用して，53^2-47^2 の計算をしなさい。



学習項目の総復習

第４日　整数の性質

中学の学習では，約数や倍数を１つの項目として学習することはありませんでしたが，高校入試には，約数や倍数そして素因数分解の考え方を使う問題がよく出題されます。そこで，きょうは，約数，倍数，素因数分解などの基本的な考え方を復習しておきましょう。

■素因数分解

◆素数と素因数分解◆

・素数　……　１とその数自身以外に約数をもたない自然数を「素数」といいます。
ただし，１は素数に入れません。

$\boxed{例}$　２，３，５，７，１１，１３，１７，１９，２３，２９，……

・素因数分解　……　自然数を，素因数の積の形に表すことを「素因数分解」といいます。
自然数を素因数分解するのに，右下のような方法があります。
２，３，５などのできるだけ小さい素数で順にわっていくと，
素因数分解ができます。

$\boxed{例}$　１８０を素因数分解すると，右の図で，
わった素数と最後の素数の積の形

$$180=2\times2\times3\times3\times5$$
$$=2^2\times3^2\times5$$

となります。

2) 180　⇦素数２でわる
2) 90　⇦２でわった結果
3) 45　⇦２でわった結果
3) 15　⇦３でわった結果
5　⇦最後が素数
→ かける

⇨１８０を整数の積で表すと，例えば　１８０＝３０×６と表せます。
このとき，３０と６を１８０の「因数」といいます。
素因数分解は，素数の因数の積に分解することですね。

トレーニング

☆ではチェックです。

1

次の問いに答えなさい。

(1)　２４を素因数分解しなさい。　（長野県，三重県）

(2)　９０を素因数分解しなさい。　（栃木県）

■素因数分解の利用

◆最大公約数・最小公倍数の求め方◆

・最大公約数の求め方　……　次の手順で求めます。

①　それぞれの数を素因数の積に分解する。

②　すべての数に共通な素因数を全部かけ合わせる。

$\boxed{例}$　１２と１８の最大公約数

$\begin{cases} 12 = 2\times2\times3 \\ 18 = 2\times3\times3 \end{cases}$　だから，最大公約数は　$2\times3=6$

・最小公倍数の求め方　……　次の手順で求めます。

①　それぞれの数を素因数の積に分解する。

②　どれか２つ以上に共通な素因数と残りの素因数をかけ合わせる。

$\boxed{例}$　１２と１８の最小公倍数

$\begin{cases} 12 = 2\times2\times3 \\ 18 = 2\times3\times3 \end{cases}$　だから，最小公倍数は　$2\times2\times3\times3=36$

◆平方数◆

・平方数にする　……　ある自然数の２乗は，素因数分解すると，素数の偶数乗の形に表せます。

$\boxed{例}$　$18=2\times3^2$ にできるだけ小さな自然数をかけて，ある自然数の２乗にする。

→　素数の偶数乗にすることを考え，２をかける。

$2\times3^2\times2=2^2\times3^2=(2\times3)^2=6^2=36$

⇨平方数にする考え方は，根号の中にある数をかけて，整数の２乗の形にして，根号をはずすというよく出る問題に使います。トレーニングにもでてきますよ。

トレーニング

2　＜早大本庄高＞

１２６と２７０の最小公倍数を求めなさい。

3　＜福井県＞

８でも１２でも割り切れる自然数の中で，最も１００に近い数は何ですか。

⇨割り切れるということは，倍数ということだね。

4　＜鹿児島県＞

たて６ｃｍ，横８ｃｍの長方形の紙を，同じ向きにすきまなくしきつめて正方形をつくります。最も小さい正方形の１辺の長さは何ｃｍですか。また，このとき，長方形の紙は何枚必要ですか。

5　＜埼玉県＞

ある駅発の電車は，午前７時から午前９時までの間は，上り電車が８分ごとに，下り電車が１４分ごとに発車します。

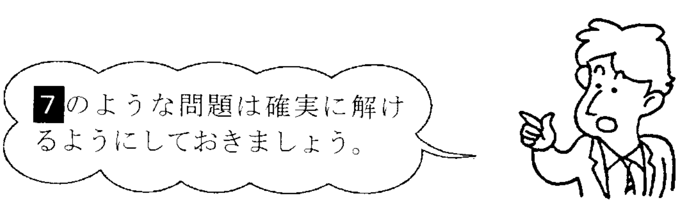
午前７時２０分に，上り電車と下り電車がこの駅を同時に発車しました。次に上り電車と下り電車が同時に発車するのは何時何分ですか。その時刻を求めなさい。

6　＜愛知県＞

nは自然数で，$\dfrac{n}{20}$，$\dfrac{n}{42}$がともに自然数になるといいます。このようなnのうちで最も小さいものを求めなさい。

7　＜神奈川県＞

$\sqrt{175n}$が自然数となるような自然数nのうち，最も小さいnの値を求めなさい。



■倍数・約数の利用

◆割り算の関係◆

・割り算の関係　……　整数 a を０でない整数 b で割るときの商と余りについて，次の関係が成り立ちます。

(割られる数 a) ＝ (割る数 b) × (商) ＋ (余り)

このとき，余りはわる数 b より小さい。

例　１６で割ったとき商が a で余りが１３となる自然数を８で割ったときの余り

→　（もとの自然数）＝１６×a＋１３＝１６a＋１３

これを８で割るから，８でくくる

１６a＋１３＝８×２a＋８＋５＝８（２a＋１）＋５

⇨８×２a＋１３　で余り１３としてはいけません。
余りが割る数より大きくなってしまいます。

・余りと公倍数　……　整数 x を a で割っても，b で割っても r 余るときは，次のように考えられます。

x＝(a と b の公倍数) ＋ r

例　４で割っても，６でわっても２余る３けたの自然数で，最も小さい数

→　（求める自然数）＝１２×n＋２　　　⇨ n は自然数

これが一番小さい３けたの自然数になるのは，

n＝９のときで，１１０。

・余りと公約数　……　整数 x で，a，b のどちらを割っても r 余るときは，次のように考えられます。

x＝($a-r$ と $b-r$ の公約数)

例　正の整数 a で４４と６８のどちらを割っても余りが８のときの a

→　（４４－８）＝３６　と（６８－８）＝６０　の公約数

⇨公約数でも，８以下ではいけません。
a で割った余りが８ですから，a は８より大きいからです。

３６と６０の８より大きい公約数は，１２。

トレーニング

8　＜徳島県＞

正の整数 a を７で割ったときの商を b，余りを c とするとき，a，b，c の関係を等式で表しなさい。

⇨まずは，ちょっと変わった問題からです。問題文をよく読んでください。簡単ですよ。

9　＜秋田県＞

次は，３人の生徒が数あてゲームのためにつくったヒントです。これらのヒントをもとに，正の整数 a の値を求めなさい。

> 太郎：a の正の平方根は，３以上４以下です。
> 花子：a は素数です。
> 次郎：a を４で割ったときの余りは１です。

10　＜香川県＞

８，１２のどちらで割っても３余る整数のうち，２００に最も近いものを求めなさい。

11　＜福岡県＞

３けたの自然数のうちで，６で割っても，８で割っても，１２で割っても５余る最も小さい自然数を求めなさい。

12　＜長野県＞

自然数のうち，７で割ると３余る数について考えます。

(1)　７で割ると３余る２けたの自然数は，いくつありますか。

(2)　７で割ると３余る３けたの自然数のうち，５で割り切れる最も小さい数を求めなさい。

⇨授業ではでてこなかった問題ばかりで，ちょっと難しかったですか。
もし，今できなくても，答えをよく読んで解き方を理解しておきましょう。

学習項目の総復習

第５日　方程式(1)

今回から２日にわたって，方程式の学習をします。高校入試では，図形編に比べて方程式の文章題の出題は少ないように思いますが，いろいろな問題を解くうえで方程式は基本です。しっかり学習しておきましょう。

■等式の性質

◆等式の性質◆

・等式の性質　……　等式の性質には，次の４つがあります。

１．等式の両辺に同じ数を加えても，等式は成り立つ。

$A=B$ならば　$A+C=B+C$

２．等式の両辺から同じ数をひいても，等式は成り立つ。

$A=B$ならば　$A-C=B-C$

３．等式の両辺に同じ数をかけても，等式は成り立つ。

$A=B$ならば　$AC=BC$

４．等式の両辺を０でない同じ数でわっても，等式は成り立つ。

$A=B$ならば，$\dfrac{A}{C}=\dfrac{B}{C}$　（ただし，$C\neq 0$）

・移項　……　一方の辺にある項を，その符号を変えて他方の辺に移す。

$3x\underline{-2}=4 \quad \rightarrow \quad 3x=4\underline{+2}$

⇨移項を利用して簡単な１次方程式を解いてみましょう。

トレーニング

1

次の方程式を解きなさい。

(1)　$3x-6=15$　（沖縄県）

(2)　$x-8=4x+7$　（東京都）

(3)　$2x+12=7-3x$　（富山県）

(4)　$4x-8=7x+1$　（熊本県）

⇨次は等式の性質を使うものです。１次方程式の計算問題は難しくてもこの程度。

2

次の方程式を解きなさい。

(1) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{x+2}{5}$ （栃木県）

(2) $x-\dfrac{2x+1}{3}=5$ （青森県）

⇨１次方程式のちょっと変わった形式の問題です。でも，落ち着いて解けば簡単。

3 ＜徳島県＞

方程式 $2x-5=3x-\boxed{}$ の解は $x=3$ です。このとき，$\boxed{}$ にあてはまる数を求めなさい。

■連立方程式

◆連立方程式の解き方◆

・代入法 …… 代入によって１つの文字を消去して解く。

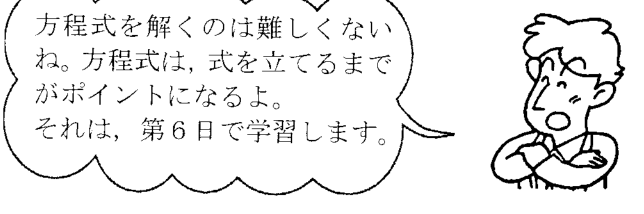
$$\begin{cases} y=2x-4 & \cdots\cdots① \\ 3x+y=6 & \cdots\cdots② \end{cases} \quad \to \quad ①を②に代入して\quad 3x+(2x-4)=6$$

・加減法 …… ２つの方程式の左辺どうし，右辺どうしを加えたり，ひいたりする。

$$\begin{cases} x+y=30 & \cdots\cdots① \\ 2x-y=9 & \cdots\cdots② \end{cases} \quad \to \quad ①+② \quad 3x=39$$

⇨次のように，一方の式を何倍かして係数をあわせて解く問題が多く出題されます。

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots\cdots① \\ 5x+2y=-9 & \cdots\cdots② \end{cases} \quad \to \quad \begin{cases} 2x-2y=2 & \cdots\cdots①' \\ 5x+2y=-9 & \cdots\cdots② \end{cases} \quad \to \quad ①'+②$$



トレーニング

4

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=3x-5 \end{cases}$ （青森県）

(2) $\begin{cases} y=2x-1 \\ 5x-2y=-1 \end{cases}$ （千葉県）

(3) $\begin{cases} x+2y=6 \\ x-y=3 \end{cases}$ （北海道）

(4) $\begin{cases} 3x-y=8 \\ 5x+2y=6 \end{cases}$ （埼玉県）

(5) $\begin{cases} 4x-2y=3x+5 \\ 2x-3y=12 \end{cases}$ （鳥取県）

(6) $\begin{cases} 2x+3y=-5 \\ -3x-4y=6 \end{cases}$

⇨(6)は，両方の式を何倍かしないと係数がそろいませんでした。

■２次方程式(1)

◆２次方程式の解き方◆

・平方根の利用　……　$(x-○)^2=△$の形にする。

$$x^2+4x=5$$
$$x^2+4x+2^2=5+2^2$$
$$(x+2)^2=9$$
$$x+2=\pm 3 \quad より \quad x=-2\pm 3$$

・因数分解による解き方　……　$(x-○)(x-△)=0$の形にする。

$$x^2-4x+3=0$$
$$(x-1)(x-3)=0 \quad より \quad x=1 \quad または \quad x=3$$

⇨２次方程式は，まず因数分解できそうかどうか判断しましょう。因数分解できるものは，因数分解します。できそうもないものは，平方根の利用で解きましょう。

トレーニング

まず，平方根の利用で解く問題

5

次の２次方程式を解きなさい。

(1)　$(x-1)^2=4$　（佐賀県）

(2)　$(x-5)^2=21$　（埼玉県）

(3)　$(x+3)^2-5=0$　（福島県）

(4)　$x^2-4x-2=0$　（神奈川県）

⇨次は因数分解で解けそうな問題です。

6

次の２次方程式を解きなさい。

(1)　$x^2+9x=0$　（東京都）

(2)　$x^2+6x-16=0$　（広島県）

(3)　$x^2-2x-8=0$　（和歌山県）

(4)　$x^2=7x-10$　（奈良県）

⇨少し複雑になります。

7

次の２次方程式を解きなさい。

(1)　$x^2+x=-3x+5$　（岡山県）

(2)　$x(x-4)=12$　（長野県）

(3)　$x(x+1)=3x+24$　（秋田県）

(4)　$(x+5)(x-8)=-12$　（石川県）

■２次方程式(2)

◆２次方程式の利用◆

・２次方程式の１つの解がわかっている場合　……　次の手順で解きます。

①１つの解を２次方程式に代入し，係数や定数項を求めます。

②それをもとの式に代入して，２次方程式を解き，もう１つの解を求めます。

xについての２次方程式$x^2-ax+3=0$の解の１つが３のとき，もう１つの解を求める。

→　$x^2-ax+3=0$ に $x=3$を代入し，$a=4$ を得る。

→　$x^2-ax+3=0$ に $a=4$を代入し，$x^2-4x+3=0$ を得，これを解く。

トレーニング

8　＜北海道＞

２次方程式 $x^2+ax-15=0$ の解の１つが３のとき，aの値を求めなさい。

9　＜群馬県＞

２次方程式 $x^2-x+p=0$ の解の１つが，-3のとき，次の問いに答えなさい。

(1)　pの値を求めなさい。

(2)　もう１つの解を求めなさい。

10　＜福岡大大濠高＞

２次方程式 $x^2+ax-10=0$ の解の１つが２のとき，もう１つの解を求めなさい。

⇨きょう学習した問題です。どんどん解いていきましょう。

11

次の方程式を解きなさい。

(1)　$-3-x=4x+7$　（熊本県）

(2)　$2x-3=4x+9$　（福岡県）

(3)　$x-\dfrac{x-1}{3}=5$　（岩倉高）

(4)　$\dfrac{x-1}{2}+\dfrac{x}{3}=1$　（栃木県）

⇨(3)はかっこをはずすときの符合に注意。(4)は両辺に６をかけるのですね。
次はちょっと変わった出題形式です。

12　＜京都府＞

次の方程式の解が $x=2$ であるとき，a の値を求めなさい。

$$\frac{1}{3}ax+\frac{1}{3}=x+a$$

13

次の連立方程式を解きなさい。

(1)　$\begin{cases} 3x-2y=5 \\ x=3y+4 \end{cases}$　（千葉県）

(2)　$\begin{cases} 5x-y=3 \\ 3x-y=1 \end{cases}$　（広島県）

(3)　$\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$　（山口県）

(4)　$\begin{cases} 2x+3y=-9 \\ -3x-4y=11 \end{cases}$　（秋田県）

⇨次は２次方程式です。因数分解で解く問題が多いよ。

14

次の２次方程式を解きなさい。

(1)　$(x-6)^2=4$　（熊本県）

(2)　$x^2-5x=0$　（沖縄県）

(3)　$x^2+5x-14=0$　（愛媛県）

(4)　$x^2+x=6$　（大阪府）

(5)　$x(x-4)=5$　（福岡県）

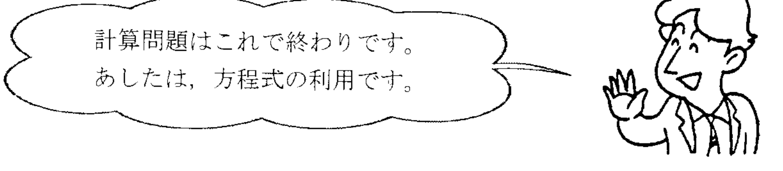
(6)　$(x+4)(x-3)=-6$　（長崎県）

15　＜東工大附高＞

$x^2+ax-12=0$ の解の１つが -6 であるとき，a の値を求めなさい。

16　＜石川県＞

x の２次方程式 $x^2+ax+6=0$ の解の１つが -2 のとき，a の値を求めなさい。また，他の解を求めなさい。



学習項目の総復習

第６日　方程式(2)

きょうは，方程式の文章題です。文章題では，文を読んでそれを簡単な図にかいていくと方程式がたて易いです。方程式をたててしまえば，あとは計算だけですね。ただし，答えは必ず問題にあっているか確認してください。

■方程式の文章題(1)

◆方程式の文章題◆

・方程式の文章題の解き方　……　次の手順で解きます。

1．問題の意味をよく考え，何を x で表すかを決めます。
2．等しい関係に着目して，方程式をつくります。
3．方程式を解きます。
4．方程式の解が，問題に適していることを確かめ，答えとします。

⇨まずは整数の問題から。何を x にするか指定してあります。１次方程式か２次方程式かは式をたててみてからのお楽しみ。とにかく，基本中の基本です。

トレーニング

1　<福島県>

ある数 x を３倍して４を加えた数は，x を５倍して６を引いた数に等しい。このとき，x の値を求めなさい。

2　<岡山県>

ある数 x の２乗に１５を加えた数は，x を８倍した数と等しくなります。このようなある数 x の値を求めなさい。

⇨次は，連立方程式の基本的な問題です。これも何を x, y とするか指定があります。

3　＜長野県＞

ある美術館に，子どもとおとなあわせて９人で入ったところ，入館料は全部で８４００円でした。この美術館の入館料は，子ども１人８００円，おとな１人１１００円です。

(1)　子どもの人数を x 人，おとなの人数を y 人として，x, y を求めるための連立方程式をつくりなさい。

(2)　子どもとおとなの人数は，それぞれ何人か求めなさい。

■方程式の文章題(2)

◆方程式の文章題の解き方◆

・速さ・道のり・時間　……　次の関係が成り立っています。この関係から式をつくります。

$$(\text{時間}) = \frac{(\text{道のり})}{(\text{速さ})}$$

⇨この関係は，絶対に覚えておこう！

・仕入れ値・利益・定価　……　次の関係が成り立っています。

(定価)＝(仕入れ値)＋(利益)

トレーニング

4　＜富山県＞

ある人がＡ地から峠をこえて１１ｋｍはなれたＢ地へ行くのに２時間かかりました。Ａ地から峠までは時速４ｋｍ，峠からＢ地までは時速６ｋｍの速さで行ったといいます。

Ａ地から峠までの道のりを xｋｍとして，方程式をつくりなさい。また，その道のりを求めなさい。

5　＜佐賀県＞

Ａさんは自分の家から１２ｋｍ離れた駅まで行きました。途中の親せきの家までは毎時４ｋｍの速さで歩き，親せきの家で１５分休み，そこで自転車を借りて，毎時１８ｋｍの速さで駅まで行きました。自分の家を出てから駅に着くまで全体で１時間３０分かかりました。このとき，歩いた道のりと自転車で進んだ道のりを求めなさい。

ただし，歩いた道のりを xｋｍ，自転車で進んだ道のりを yｋｍとして，x，y についての連立方程式をつくり，答えなさい。

6　＜同志社高＞

原価に対して３割の利益があるように定価をつけた商品があります。いま，この商品を定価の２割引きで売ったところ，利益は２０００円でした。原価を求めなさい。

7　＜兵庫県＞

ある店では，Ａ，Ｂ２種類のマフラーをそれぞれ１枚５００円，８００円で，あわせて６００枚仕入れました。

Ａ，Ｂともに，仕入れ値の３０％の利益を見込んで定価をつけて売り出したところ，Ａはすべて売れましたが，Ｂは仕入れた枚数の６０％が売れ残りました。

そこで，売れ残ったＢを定価の１００円引きにしたところ，すべて売れました。Ａ，Ｂを売って得た利益は全部で９７８００円でした。Ａ，Ｂをそれぞれ x 枚，y 枚仕入れたとして，次の問いに答えなさい。

(1)　Ａ，Ｂの仕入れ枚数の関係から，x と y を使って方程式をつくりなさい。

(2)　Ａ，Ｂを売って得た利益の９７８００円を x と y を使って表しなさい。

(3)　Ａ，Ｂをそれぞれ何枚仕入れたか，求めなさい。

■方程式の文章題(3)

◆方程式の文章題の解き方◆

・整数の計算を間違える問題 …… 正しい式と間違えた式を文字で表し，２つの関係から方程式をつくります。

ある正の数を２乗して３を加えるところを，誤って２倍して３を加えたため，求める値よりも８小さくなった。

ある数を x とおくと　正しい式 → x^2+3
間違った式 → $2x+3$
方程式 → $x^2+3=2x+3+8$

・連続する数・偶数・奇数の表し方 …… 次のように表します。

n を整数として　連続する数 → n, $n+1$, …
連続する偶数 → $2n$, $2n+2$, …
連続する奇数 → $2n+1$, $2n+3$, …

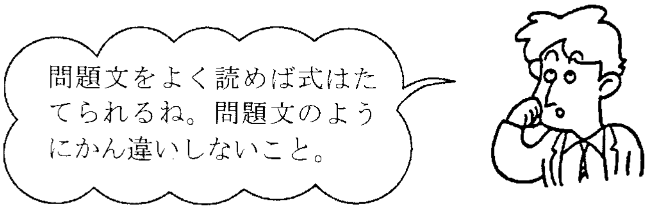
トレーニング

8　＜京都府＞

ある正の数 x を２乗して５を加えるところを，間違えて x を２倍して５を加えたので，正しい答えより２４小さくなった。ある正の数 x を求めなさい。

9　＜専大附＞

ある正の数 a に，２をたしてから２乗して３を加えるところを，２をたしてから２倍して３を加えたため，求める数より１５少なかった。もとの正の数 a を求めなさい。



10 ＜山口県＞

次の，先生とＡさん，Ｂさんの会話文を読んで，下の(1)，(2)に答えなさい。

先　生：連続する３つの正の整数があります。一番小さい数と一番大きい数の積から真ん中の数の２倍をひくと６２になっています。方程式を使って，この連続する３つの正の整数を求めてごらん。

Ａさん：３つの正の整数のうち，真ん中の数を x として方程式をつくると $(x-1)(x+1)-2x=62$ となりました。

Ｂさん：一番小さい数を x として方程式をつくることもできると思います。

先　生：そうだね。どちらの方程式でも求めることができるんだよ。

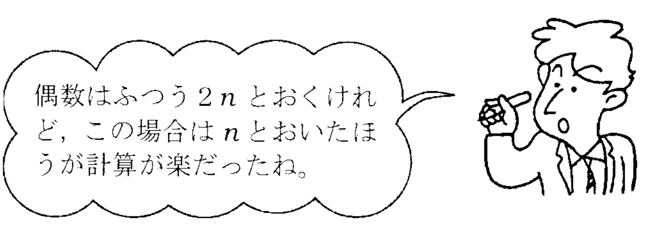
(1)　下線部の方法で方程式をつくりなさい。

$\boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad =62}$

(2)　会話文で先生が問いかけている連続する３つの正の整数を求めなさい。

11 ＜茨城県＞

連続する３つの正の偶数を小さい順に並べました。最も小さい数と最も大きい数の積が１９２となるとき，中央の数を求めなさい。



⇨文章題にはいろいろな題材がありますから，多くの問題にあたっておきましょう。その中で％の問題もよく出題されますから，少し練習しておきます。

■方程式の文章題(4)

◆方程式の文章題の解き方◆

・前と比べる比率　……　前の数を x や y とおく。

ある中学校の本年度の生徒数は，昨年度に比べると，男子の生徒数は１０％，女子の生徒数は５％それぞれ増加したので，全体としては７％増加しました。昨年度の全生徒数は３００人でした。本年度の男子，女子それぞれの生徒数を求める。

→　昨年の男子生徒数を x 人，女子生徒数を y 人とおく

本年度の生徒数　→　$x\times(1+0.1)+y\times(1+0.05)$

$(x+y)\times(1+0.07)$

昨年度の生徒数　→　$x+y$

注）求めるものが本年度の生徒数でも，昨年度の生徒を x，y とおく。

トレーニング

12　＜石川県＞

ある中学校の昨年の全校生徒数は，男女あわせて２９０人でした。今年は，男子が５％増え，女子が２％減り，全体で昨年より４人増えました。

今年の男子，女子の人数を求めるために，太郎さんと陽子さんはそれぞれ次のような方程式をたてました。

［太郎さんが立てた方程式］

昨年の男子の人数を x 人とすると，

$1.05x+\boxed{}=294$

［陽子さんが立てた方程式］

昨年の男子，女子の人数をそれぞれ x 人，y 人とすると，

$$\begin{cases} x+y=290 \\ 0.05x-0.02y=4 \end{cases}$$

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　太郎さんが立てた方程式の $\boxed{}$ には，x を用いた式があてはまります。その式を書きなさい。

(2)　陽子さんが立てた方程式を解いて，今年の男子，女子の人数をそれぞれ求めなさい。

⇨それでは，いろいろな問題もやってみましょう。どれも基本的な問題ばかりですから，落ち着いて正解してください。

13　＜高知県＞

ある日，生徒数が１８０人の学校で図書室の本を借りている生徒数を調べると，借りている生徒数は借りていない生徒数より２４人多かったです。このとき，図書室の本を借りている生徒数を求めなさい。

14　＜富山県＞

５０円切手を８０円切手より４枚多く買ったところ，代金が１５００円でした。
このとき，５０円切手，８０円切手それぞれ何枚買ったか，方程式をつくって求めなさい。

15　＜秋田県＞

縦がxｃｍ，横が１２ｃｍの長方形があります。この長方形から１辺がxｃｍの正方形を１個切り取ったら，残りの面積が２０ｃｍ^{2}になりました。このときのxの値をすべて求めなさい。

16　＜山口県＞

家から学校まで，毎分８０ｍの速さで歩いていくと，毎分２００ｍの速さで自転車に乗っていくよりも１８分多くかかります。家から学校までの道のりは何ｍですか。

⇨１次方程式，連立方程式，２次方程式などいろいろありました。次はちょっと複雑ですよ。でも，まだまだ基本です。

17　＜大教大池田高＞

連続する２つの奇数の積が９９９９のとき，この２つの奇数を求めなさい。

⇨奇数をどのようにおくかによって，計算がすごく違いますよ。

18　＜新潟県＞

ある中学校で，２年生と３年生の野球部員４０人の握力測定を行いました。結果は，２年生の平均が３２．７ｋｇ，３年生の平均が３７．７ｋｇ，全体の平均が３５．７ｋｇでした。このとき，２年生の野球部員は何人ですか。

⇨平均の求め方はだいじょうぶですね。

19　＜日本女子大附＞

ある展覧会の入場料は，一般５００円，学生３００円で，割引券を使うと，一般は2割引き，学生は4割引きになります。ある日，一般の入場者の４０％と，学生の入場者の３０％が割引券を使ったため，入場料の合計が１９４８００円となったのですが，仮にこの日の入場者の全員が割引券を使わなかった場合，入場料の合計は２１５０００円となります。この日の入場者のうち，一般と学生の人数をそれぞれ求めなさい。

20　＜山口県＞

Ａ地点を出発してＢ地点で折り返し，同じ道を通りＡ地点をゴールとする校内マラソン大会が行われました。この大会で山口君はスタートしてから毎時１２ｋｍで走り続けました。Ｂ地点を折り返してＰ地点まできたとき，「残りはあと５００ｍだ。がんばろう。」という先生の声を聞いて，Ｐ地点からは毎時１５ｋｍの速さでゴールインしました。山口君の記録は２２分０秒でした。このとき，Ａ地点からＢ地点までの距離を求めなさい。

⇨**19**は，式をたてるのや計算するのが大変でしたね。さすが私立の問題です。

学習項目の総復習

第７日　確率

きょうは，場合の数，確率の学習です。確率の問題では，全体の場合の数，あてはまる場合の数をもれなく数え上げることがポイントです。無理に，計算で求めなくても，多少時間がかかっても，１つ１つかぞえてもいいのですよ。

■場合の数

◆場合の数の求め方◆

・　大小２つのさいころの問題　……　次のような表をつくって，場合の数を求めます。

例　一般的な問題の場合

大＼小	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
⚁	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
⚂	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
⚃	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
⚄	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
⚅	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

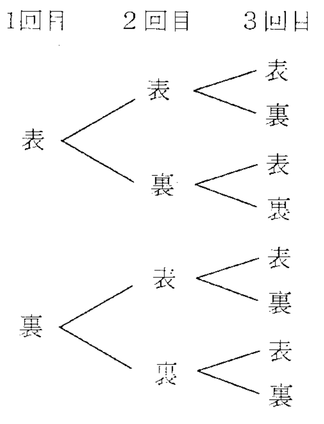
和を問題にする場合

大＼小	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	2	3	4	5	6	7
⚁	3	4	5	6	7	8
⚂	4	5	6	7	8	9
⚃	5	6	7	8	9	10
⚄	6	7	8	9	10	11
⚅	7	8	9	10	11	12

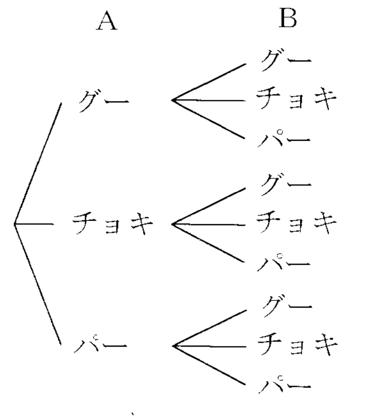
⇨大小２つのさいころの目の出方は６×６＝３６（通り）です。

・　硬貨やじゃんけんなどの問題　……　樹形図をつくって，場合の数を求めます。

例　硬貨を３回投げるとき



A，B２人でじゃんけんをするとき



⇨まずは硬貨の問題からやってみましょう。

トレーニング

1　＜和歌山県＞

３枚のコインＡ，Ｂ，Ｃを同時に投げるとき，表と裏の出かたについて，起こりうるすべての場合を樹形図に表しなさい。また，そのうち１枚が表で２枚が裏となる場合は何通りあるか，求めなさい。

⇨樹形図は前のページの，硬貨を３回投げるときと同じだね。

2

右のような３枚のカードがあります。このカードを並べて３けたの整数をつくると，何通りの整数ができますか。樹形図をかいて求めなさい。

$\boxed{5}$　$\boxed{6}$　$\boxed{7}$

⇨次に，さいころの問題です。a，b と文字がでてきますが，前のページの表をつくれば解けますね。

3　＜山口県＞

１つのさいころを２回投げるとき，１回目に出る目の数を a，２回目に出る目の数を b とするとき，$a+b$ が５の倍数になる目の出かたは何通りあるか求めなさい。

■確率の求め方

◆ 確率の求め方◆

・確率の意味 …… 起こりうる場合が，全部で n 通りあり，そのどれが起こることも同様に確からしいとする。そのうち，ことがら A の起こる場合が a 通りであるとき

$$(\text{ことがら } A \text{ の起こる確率}) = \frac{a}{n}$$

・確率の求め方 …… あることがら A の起こる確率を求める手順は，次のようになる。

① 起こりうるすべての場合の数 n を求める。
② そのどれが起こることも同様に確からしいかどうか調べる。
③ A の起こる場合の数 a を求める。
④ A の起こる確率を求める。

例　１つのさいころを投げるとき，１の目の出る確率を求めなさい。

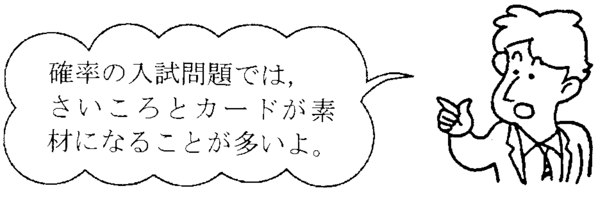
① 起こりうるすべての場合の数は　６通り
② そのどれが起こることも同様に確からしい。
③ １の目の出る場合の数は　１通り
④ １の目の出る確率は　$\frac{1}{6}$

⇨それでは，トレーニングです。いろいろな問題にあたっていきましょう。どれも，ていねいに場合の数をかぞえていけばよいのです。

トレーニング

4　＜福岡県＞

１から６までの目がでる２つのさいころA，Bを同時に投げるとき，出る目の数の和が８になる確率を求めなさい。

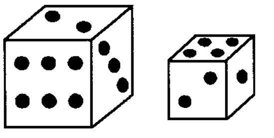


5

１から６までの目が出る２つのさいころＡ，Ｂを同時に投げるとき，出る目の数の和が６の倍数になる確率を求めなさい。

6　<秋田県>

大小２つのさいころを投げて，大きいほうのさいころの出た目の数を a，小さいほうのさいころの出た目の数を b とするとき，２つの数の積 ab が３の倍数になる確率を求めなさい。



7　<鹿児島県>

Ａ，Ｂ２つのさいころを同時に投げ，Ａのさいころの出た目の数を a，Ｂのさいころの出た目の数を b とします。このとき，底辺を a ｃｍ，高さを b ｃｍとする三角形の面積が３ｃｍ^{2}になる確率を求めなさい。

⇨さいころの問題は，だいたいこのようなものが多いです。たかだか３６通りの場合について調べればいいのですよ。それでは，さいころの問題は次でしめくくりましょう。

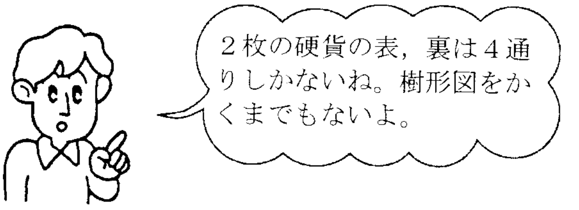
8　<鳥取県>

大小２つのさいころを同時に投げるとき，小さいさいころの出る目の数が，大きいさいころの出る目の数の約数になる確率を求めなさい。

⇨次は，硬貨の問題です。

9　＜富山県＞

２枚の硬貨Ａ，Ｂを同時に投げるとき，２枚とも表の出る確率を求めなさい。



10　＜岩手県＞

３枚の硬貨Ａ，Ｂ，Ｃを投げるとき，２枚が表で１枚が裏になる確率を求めなさい。

11　＜沖縄県＞

Ａ，Ｂの２人がじゃんけんを１回するとき，次の各問いに答えなさい。

(1)　２人のいし(グー)，はさみ(チョキ)，かみ(パー)の出しかたは全部で何通りありますか。

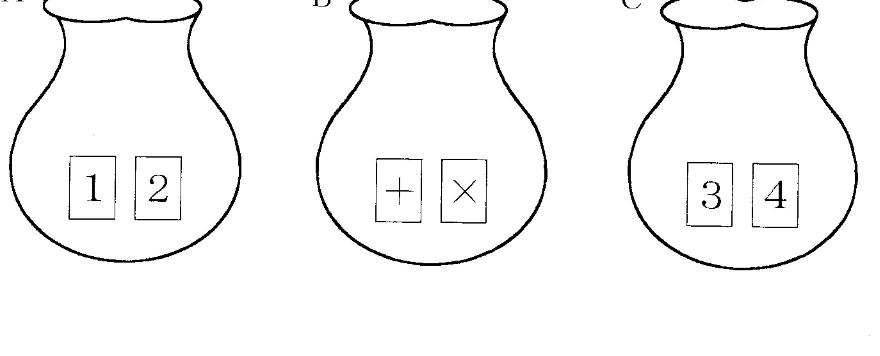
(2)　(1)の出し方はどれも同様に確からしいと考えて，２人があいこになる確率を求めなさい。

⇨次の問題も，ていねいに樹形図をかいていけばＯＫ。

12　＜山形県＞

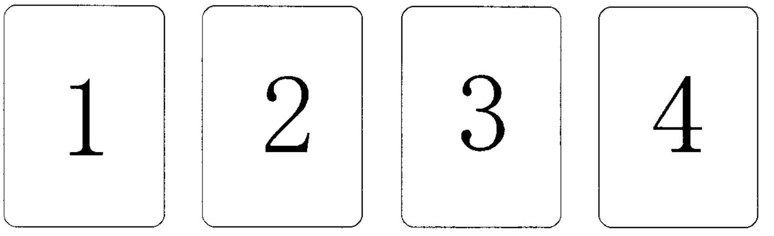
下の図のように袋Ａには $\boxed{1}$ ，$\boxed{2}$ の数字のカード，袋Ｂには $\boxed{+}$ ，$\boxed{\times}$ の加法と乗法の記号のカード，袋Ｃには $\boxed{3}$ ，$\boxed{4}$ の数字のカードがそれぞれ１枚ずつ入っています。袋Ａ，Ｂ，Ｃのそれぞれからこの順にカードを１枚ずつ取り出し，その３枚のカードを，取り出した順に左から右へ並べて式をつくるとき，その計算の結果が３の倍数になる確率を求めなさい。

ただし，どのカードが取り出されるのも同様に確からしいものとします。



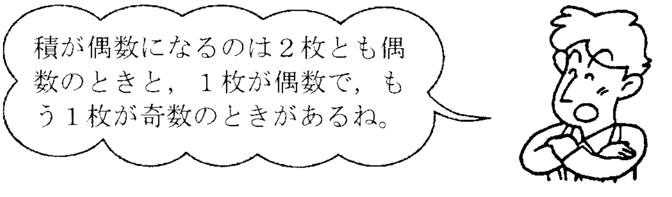
13　＜群馬県＞

下の図のように，１から４までの数字をかいたカードが１枚ずつあります。この４枚のカードから１枚ずつ続けて２回引き，引いた順に左から並べて２けたの整数をつくります。このとき，この整数が４の倍数になる確率を求めなさい。



14　＜香川県，愛媛県＞

数字をかいた５枚のカード $\boxed{1}$ ，$\boxed{2}$ ，$\boxed{3}$ ，$\boxed{4}$ ，$\boxed{5}$ があります。この５枚のカードをよくきって，その中から同時に２枚を取り出します。とりだした２枚のカードにかいてある数の積が偶数になる確率を求めなさい。



⇨確率の問題は，もっといろいろな素材で出題されます。基本はこのくらいにして，また，試験対策のところでたっぷりやりましょう。

学習項目の総復習

第８日　関数(1)

きょうから関数の学習です。比例・反比例，１次関数，関数 $y=ax^2$ と学習してきましたね。

１次関数，関数 $y=ax^2$ のグラフに関する問題は，とくに入試問題によく出題されます。座標平面と合わせて，関数のグラフの特ちょうをよく理解しておきましょう。

■比例・反比例とそのグラフ

◆比例◆

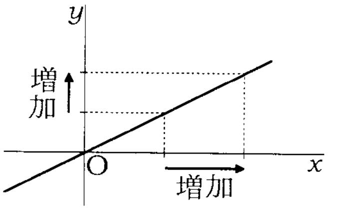
・比例の式　……　$y=ax$ と表せます。　⇨ a を比例定数といいましたね。

・比例のグラフ　……　原点を通る直線です。a の正負によって，次の性質があります。

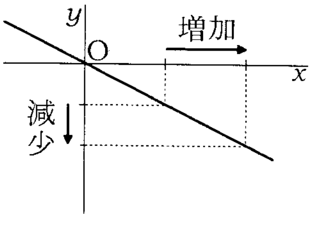
① $a>0$ のとき，グラフは右上がりで，x の値が増加すると y の値も増加します。

② $a<0$ のとき，グラフは右下がりで，x の値が増加すると y の値は減少します。

$a>0$



$a<0$



◆反比例◆

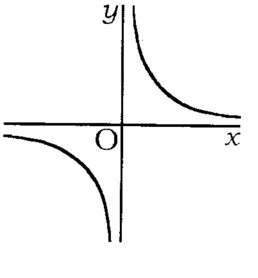
・反比例の式　……　$y=\dfrac{a}{x}$ と表せます。　⇨反比例のときも a を比例定数といいましたね。

・反比例のグラフ　……　双曲線です。a の正負によって，次の性質があります。

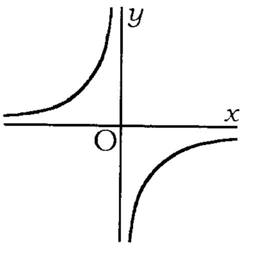
① $a>0$ のとき，x の値が増加すると y の値は減少する。

② $a<0$ のとき，x の値が増加すると y の値も増加する。

$a>0$



$a<0$



トレーニング

1 ＜福島県＞

下の表で，y が x に比例するとき，ア にあてはまる数を求めなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6	…
y			14	21			ア	

2 ＜岩手県＞

数学の授業で先生が，y が x に反比例するときの２つの変数 x，y のとる値を，下の表のように黒板にかきました。このとき，Aにあてはまる数はいくらですか。

x	1	2	3	4	5	6
y		A	-6			

3 ＜徳島県＞

y は x の関数であり，下の表は，対応する x，y の値の一部を表したものです。ア，イにあてはまる数を，それぞれ求めなさい。

x	…	ア	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	…
y	…	-1	…	-6	-8	-12	-24	×	24	12	8	6	イ	…

⇨比例・反比例，１次関数，…。どんな関係なんだろう。

4

次の問いに答えなさい。

(1) y は x に比例し，$x=5$ のとき，$y=-10$ です。y を x の式で表しなさい。 (富山県)

(2) y は x に反比例し，$x=3$ のとき，$y=-4$ です。このとき，y を x の式で表しなさい。

(岡山県)

■１次関数とそのグラフ

◆１次関数◆

・１次関数の式　……　１次関数は

$$y=ax+b \qquad (a \neq 0)$$

という式で表されます。

・変化の割合　……　x の増加量に対する y の増加量の割合を変化の割合といい，

$$(\text{変化の割合})=\frac{(\,y\text{ の増加量})}{(\,x\text{ の増加量})}$$

という式で表されます。

・１次関数の変化の割合　……　１次関数 $y=ax+b$ の変化の割合は a で，一定です。

◆１次関数のグラフ◆

・１次関数のグラフ　……　直線です。１次関数 $y=ax+b$ は a の正負によって，次の性質があります。

① $a>0$ のとき，グラフは右上がりで，
x の値が増加すると y の値も増加する。

② $a<0$ のとき，グラフは右下がりで，
x の値が増加すると y の値は減少する。

⇨①，②は，比例のグラフと同じ形です。でも，比例のグラフは必ず原点を通りましたね。

・グラフの切片，傾き　……　１次関数 $y=ax+b$ で a をそのグラフの傾き，b をそのグラフの切片といいます。

・グラフの平行　……　１次関数のグラフは，傾きが等しければ平行です。

トレーニング

5

y は x の１次関数で，そのグラフは２点（２，３），（５，０）を通ります。この１次関数の式を求めなさい。

6

y は x の１次関数で，そのグラフが点（１，２）を通り，傾き－２の直線であるとき，この１次関数の式を求めなさい。

■関数 $y=ax^2$ とそのグラフ

◆関数 $y=ax^2$ ◆

・関数 $y=ax^2$ の式　……　y が x の関数で，$y=ax^2$ と表されるとき，y は x の２乗に比例するといい，a を比例定数といいます。

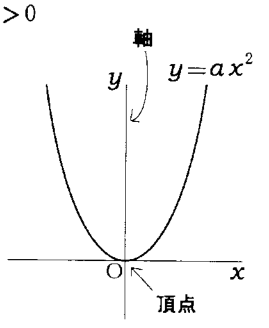
例　$y=3x^2$　→　y は x の２乗に比例し，比例定数は３。

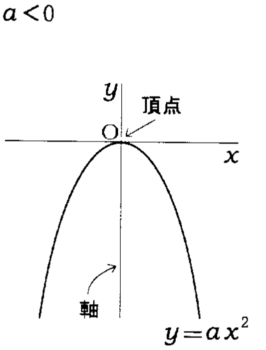
・関数 $y=ax^2$ の変化の割合　……　１次関数では変化の割合は一定でしたが，関数 $y=ax^2$ では変化の割合は一定ではありません。

・関数 $y=ax^2$ のグラフ　……　y 軸について対称な，原点を通る放物線で，次の性質があります。

①　$a>0$ のとき，グラフは上に開き，$x=0$ で最小値０をとる。

②　$a<0$ のとき，グラフは下に開き，$x=0$ で最大値０をとる。





a の絶対値が大きくなると，放物線の開きは小さくなる。

$y=ax^2$ と $y=-ax^2$ のグラフは x 軸について対称です。

・変域と最大・最小　……　関数 $y=ax^2$ のグラフの x の変域を指定されたときの y の変域は，x の変域の両端の点および原点の３点の大小を比べます。

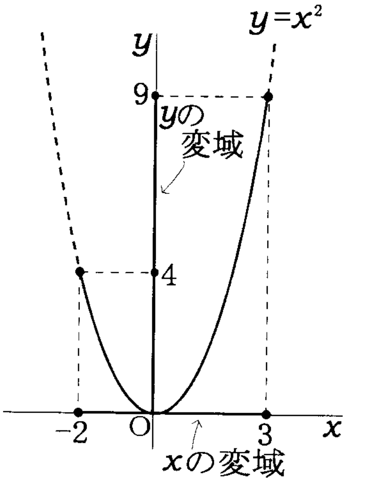
例　$y=x^2$ において，x の変域が $-2\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域

→　グラフより

$x=3$ のとき，$y=9$　で最大値。

$x=0$ のとき，$y=0$　で最小値。

より，$0\leqq y\leqq 9$



関数 $y=ax^2$ の変域を考えるときは，グラフの形（上に開くか，下に開くか）を大まかにかいてみて，x の変域での y の変域をとらえます。

⇨関数 $y=ax^2$ の変化の割合や，x の変域を指定されたときの y の変域は，グラフの理解をみる問題として，よく出題されます。基本的な部分ですから，間違えないようにしましょう。

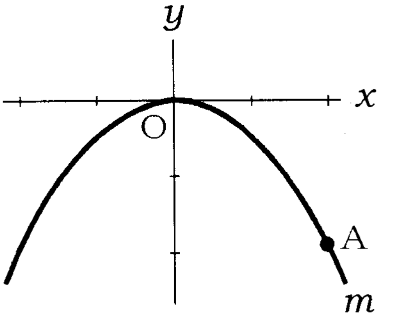
トレーニング

7 ＜高知県＞

y は x の２乗に比例し，$x=3$ のとき $y=-18$ です。$x=-2$ のときの y の値を求めなさい。

8 ＜大阪府＞

右の図で，m は $y=ax^2$ のグラフを表します。Aは m 上の点で，（２，－２）です。このとき，a の値を求めなさい。



9

次の問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=2x^2$ で，x の値が０から２まで増加するとき，変化の割合は４です。x の値が－２から０まで増加するときの，変化の割合を求めなさい。　（岐阜県）

(2)　関数 $y=x^2$ で，x の値が a から $a+2$ まで増加するとき，変化の割合は４です。このとき，a の値を求めなさい。　（福井県）

10 ＜和歌山県＞

関数 $y=2x^2$ について，次の問いに答えなさい。

(1)　次の３点A，B，Cのうち，この関数のグラフ上にある点を答えなさい。

A $\left(\dfrac{1}{2},\ 1\right)$　　　B （－１，－２）　　　C （１，２）

(2)　x の値が３から５まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

11 <長崎県>

関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

12 <京都府>

関数 $y=3x^2$ で，x の変域が $-2 \leqq x \leqq a$ のとき，y の変域が $b \leqq y \leqq 27$ となりました。このとき a と b の値を求めなさい。

⇨関数 $y=3x^2$ のグラフを頭に思いうかべて考えましょう。

13 <佐賀県>

関数 $y=x^2$ について，正しく述べたものを，次の①～④の中からすべて選び，その番号を書きなさい。

① この関数のグラフは，点(1，1)を通る放物線である。

② x の値が増加すると，つねに y の値は増加する。

③ x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $1 \leqq y \leqq 4$ である。

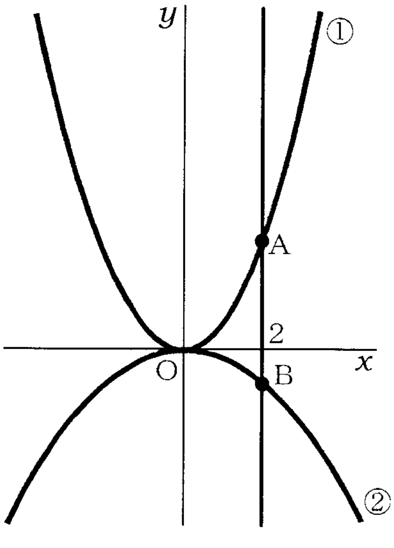
④ この関数のグラフは，関数 $y=-x^2$ のグラフと x 軸について対称である。

⇨この回の最後の問題として，ちょっと応用的なものを１題やってみましょう。

14 <石川県>

右の図で，①は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$，②は関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフです。

直線 $x=2$ と①，②との交点をそれぞれA，Bとするとき，次の問いに答えなさい。



(1) 関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ について，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域を求めなさい。

(2) 線分ABの長さが４のとき，a の値を求めなさい。

学習項目の総復習

第９日　関数(2)

前回は，関数の式やグラフの基本的な問題を学習しました。きょうは，関数の応用。文章題と図形上の動点を学習していきましょう。関数の文章題の出題では，道のり，時間の関係をグラフに表して，出会う時間などを求めさせるものが多いようです。

■関数の利用(1)

◆関数の文章題◆

・関数の文章題を解く　……　次の手順で考えます。

①まず，何を x，y とおくか考える。　⇨ あたえられている場合が多い。

②y を x の式で表す。

③x の変域に注意して答えを求める。

・速さ・道のり・時間に関する問題　……　次の点に注意しましょう。

①グラフの目もりは何を意味しているかよくつかむ。

②グラフの変域に注意して，ていねいにグラフを読んだり，かいたりする。

③出会い，追いつきの問題では，グラフから式を求め，交点の座標を連立方程式をたてて求める。

トレーニング

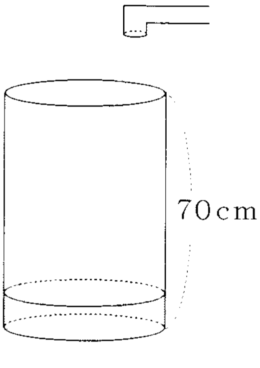
1　<埼玉県>

円柱の形をした深さ７０ｃｍの水そうに，あらかじめある量の水が入っています。

この水の入っている水そうに，一定の割合で水をたしていきます。

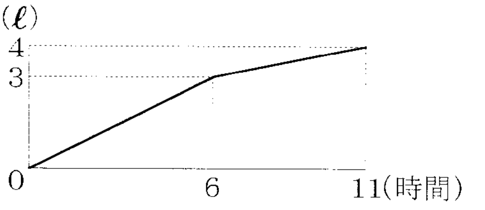
次の表は，水をたし始めてから４分後，６分後，８分後の，底から水面までの高さを示したものです。

底から水面までの高さが６０ｃｍになるときの，水をたし始めてからの時間を求めなさい。



水をたし始めてからの時間(分)	…	4	6	8	…		…
底から水面までの高さ(cm)	…	15	20	25	…	60	…

2　＜福岡県＞



灯油を４ℓ 入れることができる石油ファンヒーターがあります。この石油ファンヒーターには「強」と「弱」の切り替えスイッチがあり，「強」と「弱」のどちらで使用した場合も，灯油の消費量はそれぞれ燃やした時間に比例します。この石油ファンヒーターに灯油を４ℓ 入れた状態でスイッチを「強」にして燃やし始め，６時間後，灯油を３ℓ 燃やしたところで，「弱」に切り替えて燃やし続けた結果，燃やし始めてから灯油を全部使いきるまでの時間は１１時間でした。

右上の図は，このときの時間と灯油の消費量の関係をグラフに表したものです。次の問いに答えなさい。

(1)　灯油を４ℓ 入れた状態でスイッチを「強」にして燃やし始め，そのまま燃やし続けたとき，灯油を全部使いきるまでの時間は何時間ですか。

(2)　灯油を４ℓ 入れた状態でスイッチを「強」にして燃やし始め，５時間後に「弱」に切り替えて燃やし続けたとき，燃やし始めてから灯油を全部使いきるまでの時間は何時間何分ですか。

(3)　スイッチを「弱」にして使用した場合は，「強」にして使用した場合に比べて，節約できる灯油の量は１時間につき何 ℓ ですか。

3　＜山形県＞

下の図１は，ＡＢ＝８ｃｍ，ＢＣ＝１０ｃｍの△ＡＢＣの辺ＡＢ上に点Ｄをとり，点Ｄから辺ＢＣに平行な直線をひき，辺ＡＣとの交点をＥとしたものです。

今，ＡＤ＝xｃｍ，ＤＥ＝yｃｍとしたとき，yをxの式で表しなさい。また，xとyの関係を表すグラフを図２にかきなさい。ただし，xの変域は$0 \leqq x \leqq 8$とします。

図１

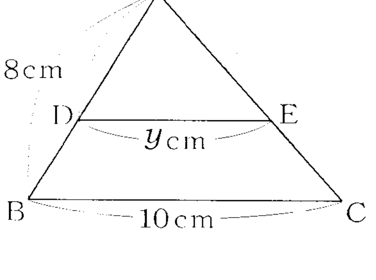
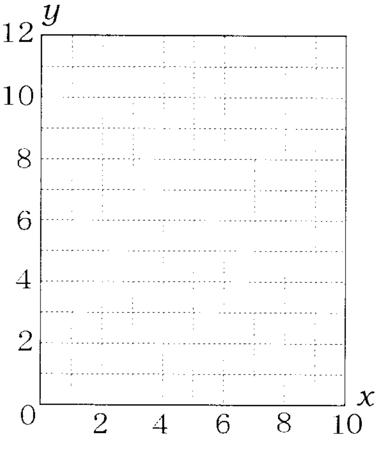
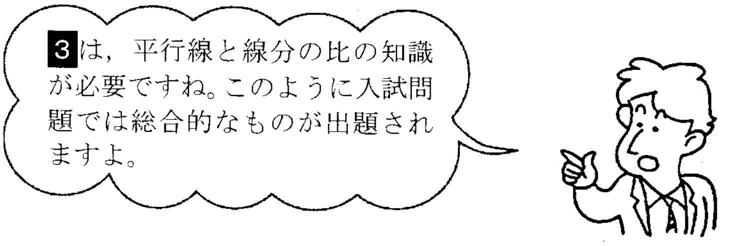


図２





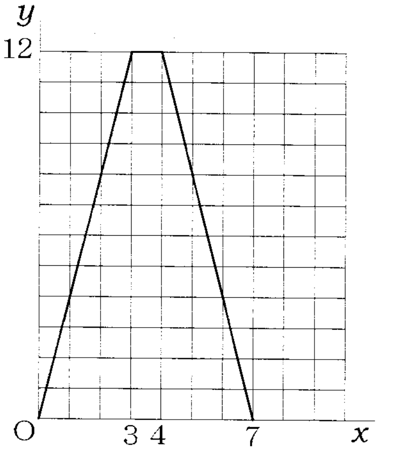
4　＜長崎県＞

Ａ中学校から隣町のＢ体育館までの道のりは１２ｋｍです。浩司君はＡ中学校からＢ体育館へ一定の速さで歩き，Ｂ体育館で１時間休息したあと，また同じ速さでＡ中学校まで戻りました。このとき次の問いに答えなさい。

(1)　浩司君がＡ中学校を出発してからx時間後のＡ中学校からの浩司君の位置までの道のりをy ｋｍとすると，浩司君の進んだようすを示すグラフは図のようになりました。このとき，次の①，②に答えなさい。

①浩司君の歩く速さは毎時何ｋｍですか。

②図のグラフにおいて，$4 \leqq x \leqq 7$のときyをxの式で表しなさい。



(2)　里美さんは，浩司君がＡ中学校を出発すると同時にＢ体育館を出発し，時速３ｋｍでＡ中学校まで歩き，着くとすぐに時速３ｋｍでＢ体育館に戻りました。このとき，次の①，②に答えなさい。

①里美さんが出発してからx時間後の，Ａ中学校から里美さんまでの道のりをyｋｍとするとき，里美さんの進んだようすを示すグラフを上の図にかきいれなさい。

②里美さんは，Ｂ体育館とＡ中学校を往復する間に浩司君と２度出会いました。２度目に出会ったのは，里美さんがＢ体育館を出発してから何時間後ですか。

⇨もう１題，時間・速さ・道のりの文章題をやってみるよ。最後の小問はちょっと難しい。

5　＜岡山県＞

図１のように，Ｐ駅からＱ駅を経てＲ駅へ至る鉄道があり，Ｐ駅からＱ駅までの道のりは４０ｋｍ，Ｑ駅からＲ駅までの道のりは３０ｋｍです。図２のグラフは，この区間を運行する列車Ａ，Ｂのうち，９時にＰ駅を出発する列車Ａについて，９時からx時間後のＰ駅から列車Ａの位置までの道のりをyｋｍとして，xとyの関係を表したものです。

列車の各走行区間における速さはそれぞれ一定とし，駅や列車の長さは考えないものとして，次の(1)，(2)，(3)②では $\boxed{}$ に適当な数字または式を書き入れ，(3)①では指示に従って答えなさい。

図１

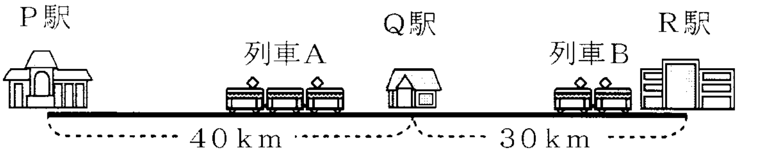
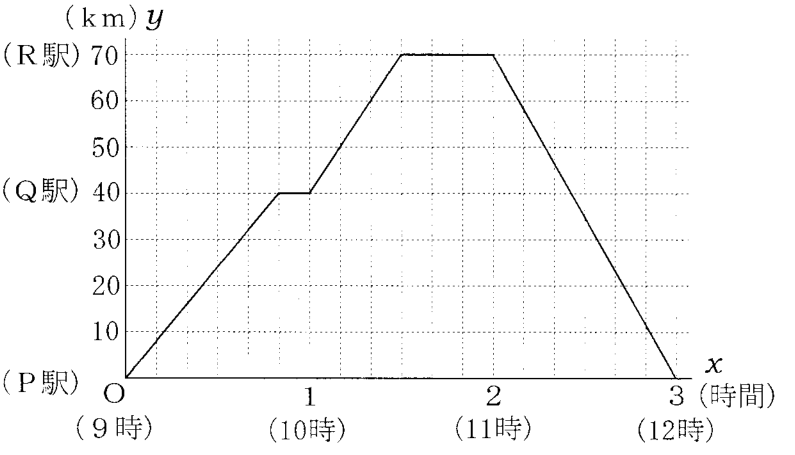


図２



(1)　列車ＡがＰ駅からＱ駅に向かって走行しているときの速さは，時速 $\boxed{}$ ｋｍです。
　また，列車ＡがＱ駅からＲ駅に向かっているときの速さは，この列車がＰ駅からＱ駅に向かって走行しているときの $\boxed{}$ 倍です。

(2)　列車ＡがＲ駅からＰ駅に向かって走行しているときのxとyの関係を表す式は，$y=\boxed{}$ （$2 \leqq x \leqq 3$）です。また，列車ＡがＲ駅からＰ駅に向かって走行している途中にＱ駅を通過するのは，この列車がＰ駅を出発してから，$\boxed{}$ 時間後です。

(3)　列車Ｂを，９時２０分にＲ駅を出発して途中停車することもなく一定の速さでＰ駅に向かい列車ＡがＱ駅で停車している間にＱ駅を通過するように運行させるものとします。

①　９時からx時間後のＰ駅から列車Ｂまでの道のりをyｋｍとして，このときの列車Ｂについてのxとyの関係を表すグラフを１つ，図２にかき入れなさい。グラフは，列車ＢがＲ駅を出発してから，Ｐ駅に着くまでを示しなさい。

②　このときの列車Ｂの速さを時速aｋｍとすると，aの値の範囲は $\boxed{ \leqq a \leqq }$ です。

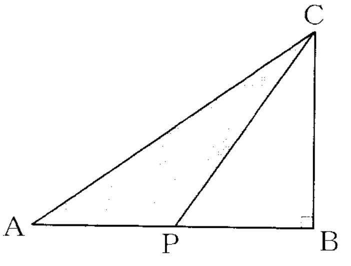
■関数の利用(2)

◆図形上の動点◆

・動点と面積　……　動点と面積に関する問題では，動点の変化にともなって変わる線分の長さを変数 x で表すことがポイントです。この線分の長さを表す式は変域によって異なりますから，ていねいに変域の場合分けをします。

例　右の図は，ＡＢ＝６ｃｍ，ＢＣ＝４ｃｍ，∠Ｂ＝９０°の直角三角形です。いま，点Ｐが毎秒２ｃｍの速さで辺ＡＢ，ＢＣ上をＡからＢを通ってＣまで進みます。

　ＰがＡを出発してから x 秒後の△ＡＰＣの面積を y ｃｍ^2 とするとき，y を x で表します。



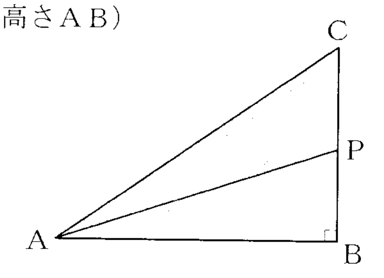
→　まず，Ｐが辺ＡＢ上にあるときと，辺ＢＣ上にあるときに場合分けして考えます。

①Ｐが辺ＡＢ上にあるとき（△ＡＰＣは底辺ＡＰ，高さＢＣ）

$$\triangle APC = \frac{1}{2} \times AP \times BC = \frac{1}{2} \times 2x \times 4 = 4x$$

より　$y = 4x$　$(0 \leqq x \leqq 3)$　　⇨変域は必ず書きます。

②Ｐが辺ＢＣ上にあるとき（△ＡＰＣは底辺ＰＣ，高さＡＢ）

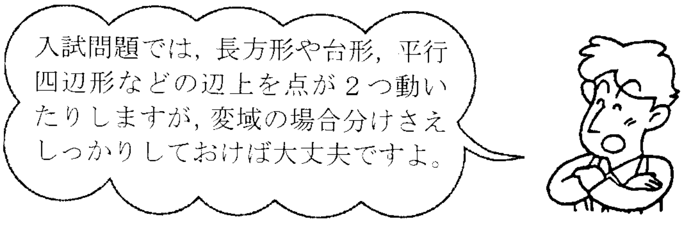


$$PC = AB + BC - (AB + BP)$$
$$= AB + BC - 2x$$
$$= 10 - 2x$$

よって

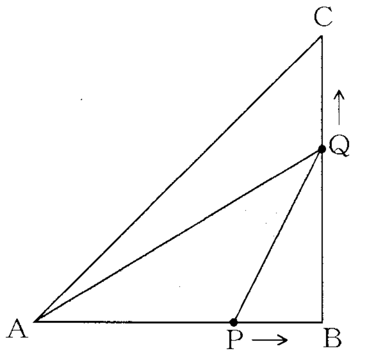
$$\triangle APC = \frac{1}{2} \times PC \times AB$$
$$= \frac{1}{2} \times (10 - 2x) \times 6 = 3(10 - 2x)$$

より　$y = -6x + 30$　　$(3 \leqq x \leqq 5)$



トレーニング

6 ＜富山県＞



右の図のように，ＡＢ＝ＢＣ＝４ｃｍの直角二等辺三角形があります。

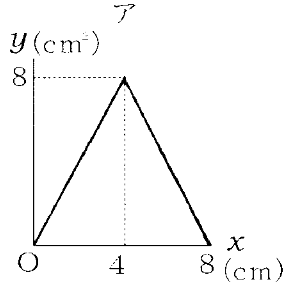
点ＰはＡをスタートし，辺ＡＢ，ＢＣ上をＢを通ってＣまで，一定の速さで動きます。

点Ｑは，点Ｐと同時にＢをスタートし，辺ＢＣ上をＣまで，点Ｐと同じ速さで動きます。

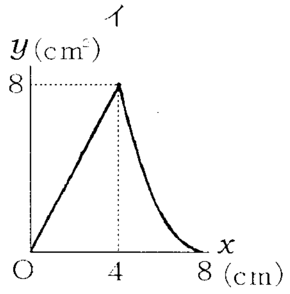
このとき，点Ｐが動いた長さ x ｃｍと△ＡＰＱの面積 y ｃｍ^2 の関係を表すグラフはどれですか。次のア～エから１つ選んで記号で答えなさい。

ただし，曲線は放物線の一部とします。

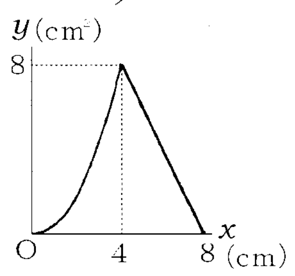
ア



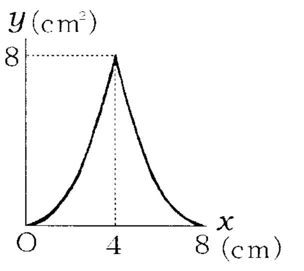
イ



ウ



エ



⇨次はとっても長い問題だけど，頭を整理して，よく読み進めれば解けますよ。がんばって！

7 ＜島根県＞

ＡＢ＝６ｃｍ，ＡＤ＝８ｃｍの長方形ＡＢＣＤがあります。点Ｐは辺ＡＢ上をＡからＢに向かって動き，点Ｑは辺ＡＤ上をＡからＤに向かって，また点Ｒも辺ＣＤ上をＣからＤに向かって動きます。３点Ｐ，Ｑ，Ｒは同時に出発して，すべて毎秒２ｃｍの速さで動き，点ＰがＢに達したときに同時に停止するものとします。

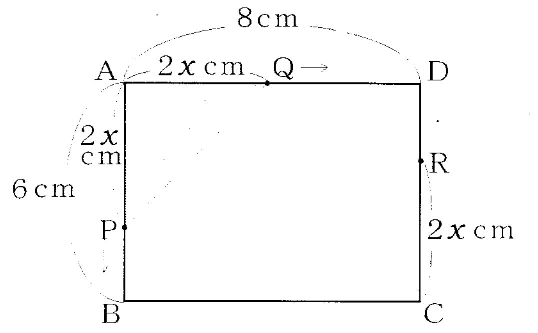
図１～３は，３点Ｐ，Ｑ，Ｒが出発してから x 秒後のようすで，ＡＰ＝ＡＱ＝ＣＲ＝$2x$ ｃｍです。次の (1)～(3) に答えなさい。

(1) 図１で，△ＡＰＱの面積を y ｃｍ^2 とします。次の①～③に答えなさい。

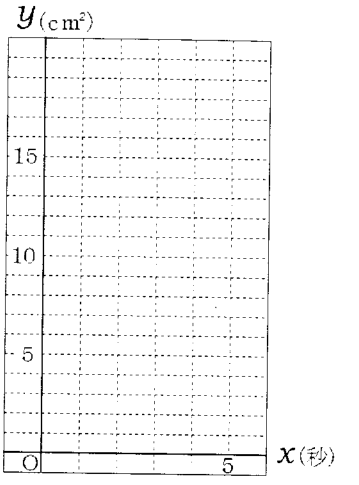
① ３点，Ｐ，Ｑ，Ｒが停止するのは出発してから，何秒後ですか。

② y を x の式で表しなさい。

図１



③　x と y の関係をグラフに表しなさい。

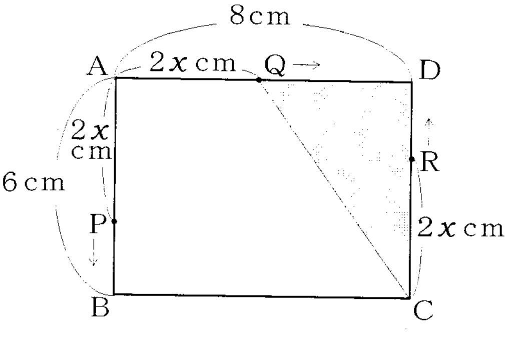


(2)　図２で，△ＣＤＱの面積を yｃｍ^2 とします。次の①～③に答えなさい。

①　点ＱがＡを出発して２秒後の，y の値を求めなさい。

②　y は x の１次関数になります。y を x の式で表しなさい。

図２



③　点Ａ，Ｂ，Ｃ，ＤおよびＰ，Ｑ，Ｒのうち３点を頂点とする直角三角形で，面積が x の１次関数となるものを，△ＣＤＱ以外で１つ答えなさい。

(3)　図３で，台形ＡＰＲＤの面積を yｃｍ^2 とするとき，x と y はどのような関係にあるか，次のア～エから１つ選んで記号で答えなさい。

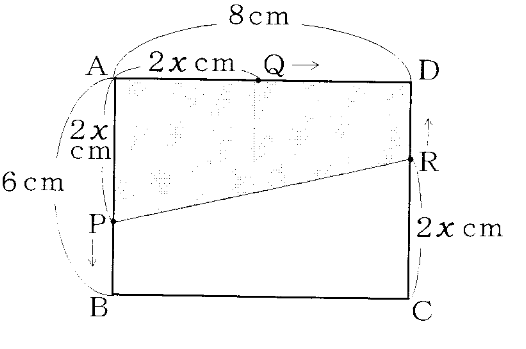
ア　y は x に比例する

イ　y は x に反比例する

ウ　y は x が変化しても一定である。

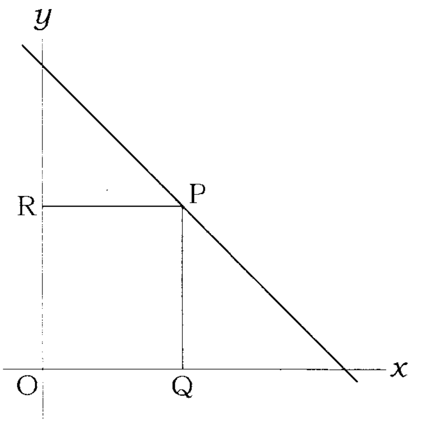
エ　y は x の２乗に比例する

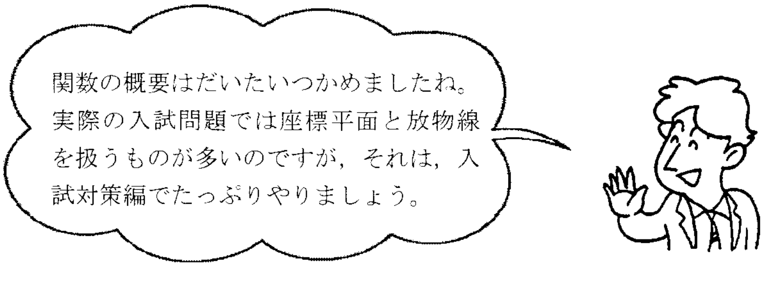
図３



8　＜広島県＞

右の図のように，関数 $y=-x+10$ のグラフ上に点Ｐがあります。点Ｐから x 軸に引いた垂線と x 軸との交点をＱ，点Ｐから y 軸に引いた垂線と y 軸との交点をＲとするとき，長方形ＲＯＱＰの周の長さはつねに２０になります。このわけを点Ｐの座標を $(a,\ b)$ として，a，b を使った式を用いて説明しなさい。ただし，a，b は正の数とします。





学習項目の総復習

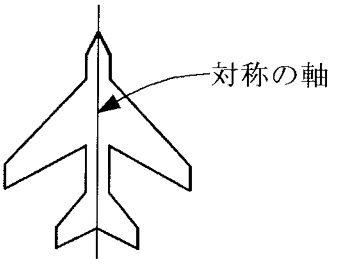
第 10 日　図形の基本（1）

きょうから図形編に入りましょう。高校入試の問題では，メインの問題は図形です。ここで多くの場合，差が出てしまいます。合同，相似，円周角，三平方の定理などが複合されたものですが，まずは，基本を固めてからの話です。それでは，基本のスタート！

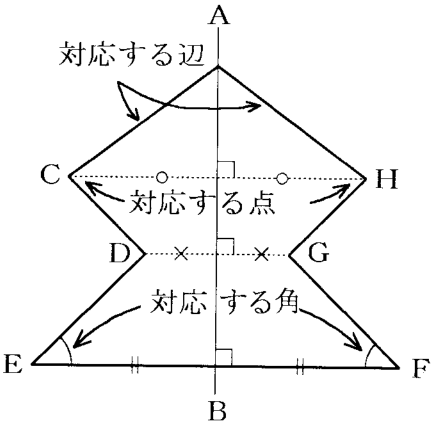
■対称な図形

◆線対称な図形◆

・線対称な図形　……　１つの直線を折り目にして折ったとき，折り目の左側と右側がきちんと重なる図形を，線対称な図形といいます。
また，そのときの折り目の直線を，対称の軸といいます。

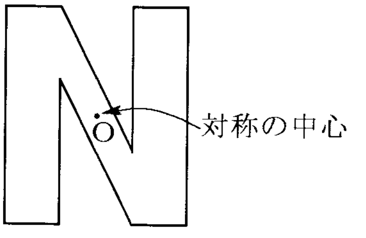


・線対称な図形の性質　……　線対称な図形で，対応する点から対称の軸までの距離は等しく，対応する角の大きさは等しいくなっています。



◆点対称な図形◆

・点対称な図形　……　１つの点を中心にして１８０°回転したとき，もとの図形ときちんと重なる図形を，点対称な図形といいます。
また，そのとき中心にした点を対称の中心といいます。



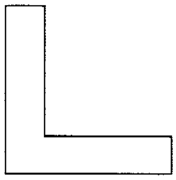
⇨対称をテーマにした入試問題の出題は少ないです。でも，練習はしておきましょう。

トレーニング

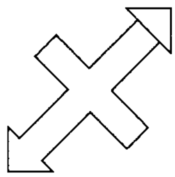
1

次の図は線対称な図形です。対称の軸はそれぞれ，何本ありますか。

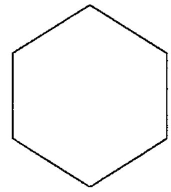
(1)



(2)



(3)



■円とおうぎ形

◆円◆

・円の周の長さ　……　(直径)×(円周率)

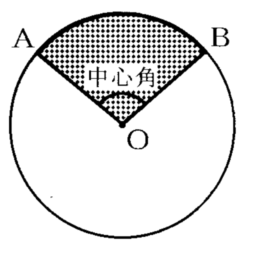
半径 r の円の周の長さ　→　$2\pi r$　⇨ 半径 r の円の直径は $2r$
円周率は π（パイ）で表します。

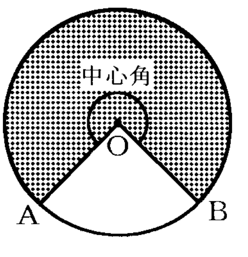
・円の面積　……　(半径)×(半径)×(円周率)

半径 r の円の面積　→　πr^2

◆おうぎ形◆

・おうぎ形　……　円の２本の半径で切り取ってできる図形を，おうぎ形といいます。
このとき，２本の半径の間の角を中心角といいます。





・おうぎ形の弧の長さと面積　……　次の式で表されます。

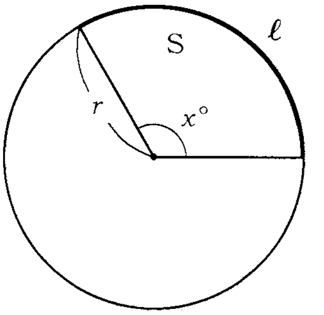
半径が r，中心角が $x°$ のおうぎ形の弧の長さを ℓ とすると

$$\ell = 2\pi r \times \frac{x}{360}$$

また，面積をＳとすると

$$S = \pi r^2 \times \frac{x}{360}$$

と表せます。

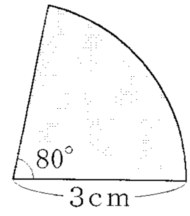


弧(こ)というのは，円周の一部のことだよ。おうぎ形のまわりの長さは，$\ell + 2r$ だね。

トレーニング

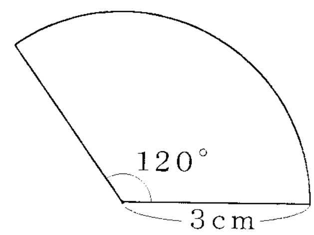
2 ＜栃木県＞

右の図は，半径が３ｃｍ，中心角が８０°のおうぎ形です。このおうぎ形の面積を求めなさい。ただし，円周率はπとします。



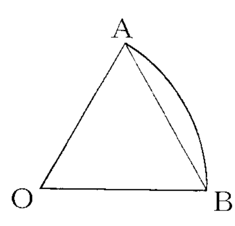
3 ＜島根県＞

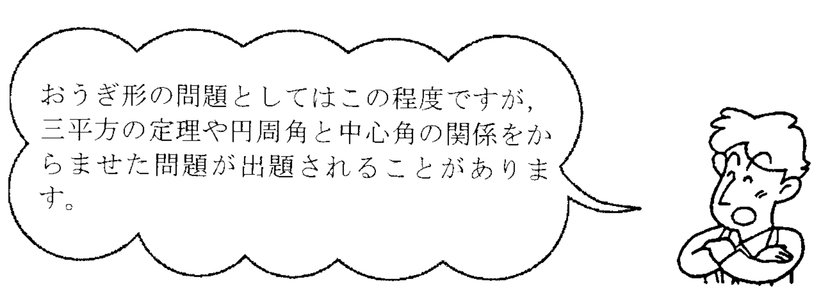
右の図のような，半径が３ｃｍ，中心角が１２０°のおうぎ形の弧の長さを求めなさい。



4 ＜広島県＞

右の図のように，弧$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$の長さが３πｃｍのおうぎ形があります。三角形ＡＯＢが正三角形のとき，弦ＡＢの長さを求めなさい。ただし，円周率はπとします。



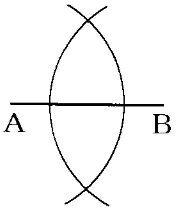


■作図

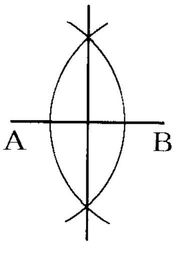
◆垂直二等分線◆

・垂直二等分線の作図　……　線分ＡＢの垂直二等分線の作図は次の手順で行います。

①　線分ＡＢの両端の点Ａ，Ｂをそれぞれ中心として，等しい半径の円をかく。



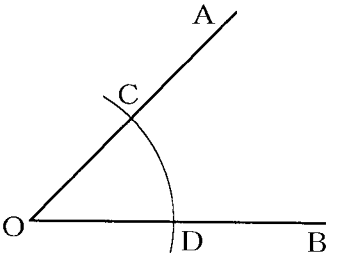
②　①でかいた２つの円の交点を通る直線をひけば，これが線分ＡＢの垂直二等分線となります。



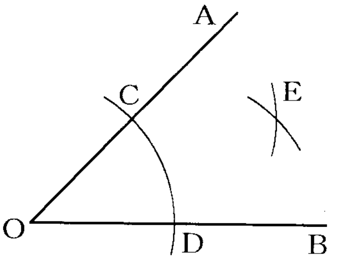
◆角の二等分線◆

・角の二等分線の作図　……　∠ＡＯＢの二等分線の作図は次の手順で行います。

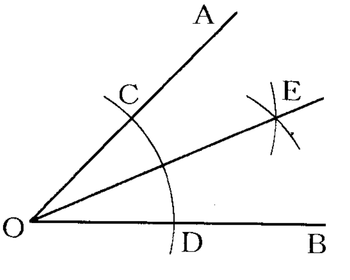
①　点Ｏを中心として円をかき，ＯＡ，ＯＢとの交点をそれぞれＣ，Ｄとします。



②　Ｃ，Ｄを中心として等しい半径の円をかき，∠ＡＯＢの内部にある交点の１つをＥとします。



③　直線ＯＥをひけば，これが∠ＡＯＢの二等分線になります。

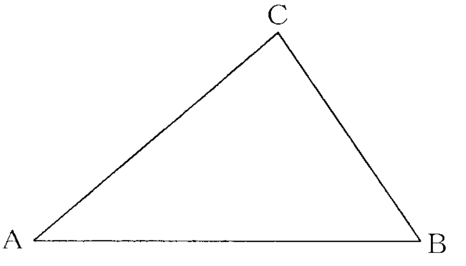


⇨作図の問題は公立高校ではよく出題されます。垂直二等分線の作図と角の二等分線の作図が基本ですから，よくかきかたを理解しておきましょう。

トレーニング

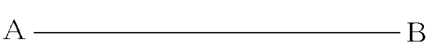
5　＜大分県＞

△ＡＢＣにおいて，∠Ａの二等分線と辺ＢＣとの交点Ｐを作図しなさい。ただし，作図にはコンパスと定規を用い，作図に使った線は消さないこと。



6　＜新潟県＞

下の図ような線分ＡＢを直径とする円を，定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし，作図に使った線は消さないで残しておくこと。



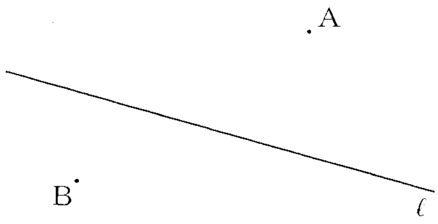
7　＜新潟県＞

直線 ℓ 上の点Ｏを通る ℓ の垂線を，定規とコンパスを使って，次の図の中に作図しなさい。なお，作図に用いた線は消さずに残しなさい。

⇨もう少し作図のトレーニングをして，きょうの学習を終わりましょう。

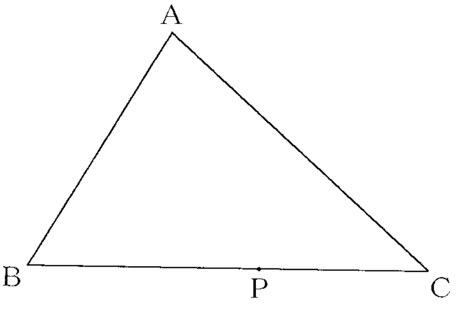
8 ＜山形県＞

下の図のように，直線 ℓ と２点Ａ，Ｂがあたえられたとき，２点Ａ，Ｂを通り，中心が直線 ℓ 上にある円Ｏを，コンパスと定規を使って作図しなさい。



9 ＜群馬県＞

右の図のような三角形の紙があります。この三角形ＡＢＣにおいて，頂点Ａと辺ＢＣ上の点Ｐが重なるように折ります。折り目となる直線を，コンパスと定規を用いて作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。

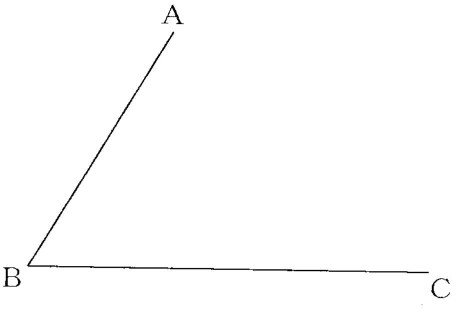


⇨最後は，垂直二等分線も，角の二等分線も使いません。平行四辺形の性質を使います。

10 ＜兵庫県＞

右の図において，ＡＢ，ＢＣを２辺とする平行四辺形ＡＢＣＤの頂点Ｄを，コンパスだけを使って作図し，記号Ｄをかきなさい。

ただし，作図に用いた線は残しておくこと。



学習項目の総復習

第 11 日　図形の基本(2)

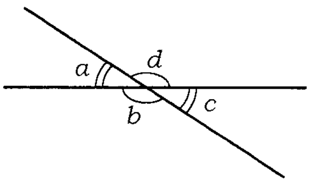
きょうは，平行線と角や円周角などを学習していきます。１つ１つ単体の知識や理解から複合した問題をばらばらにして解いていくのが図形の問題を解く王道です。この「学習項目の総復習」で，１つ１つ単体の知識を確認し，理解を確実なものにしましょう。

■平行線と角

◆対頂角◆

・対頂角の性質　……　対頂角は等しい。

右図で，$\angle a=\angle c$，$\angle b=\angle d$



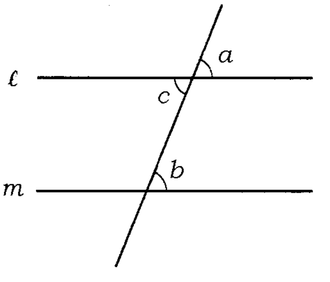
◆平行線の性質◆

・同位角　……　２直線が平行ならば，同位角は等しい。

右図で，$\ell \mathbin{/\!/} m$　ならば　$\angle a=\angle b$

・錯角　……　２直線が平行ならば，錯角は等しい。

右図で，$\ell \mathbin{/\!/} m$　ならば　$\angle c=\angle b$



⇨簡単にトレーニングしておきましょう。

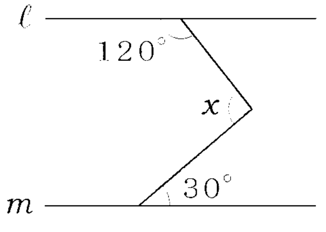
トレーニング

1

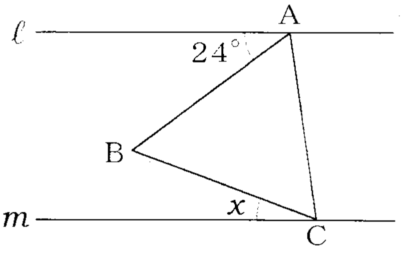
次のそれぞれの$\angle x$の大きさを求めなさい。ただし，$\ell \mathbin{/\!/} m$で，(2)では三角形ＡＢＣは正三角形とします。

⇨このような問題は補助線がポイントでしたね。

(1)　(島根県)



(2)　(郁文館)



⇨**1**の(2)の図が実際とは違っていることに気がつきましたか。CがAより右側に出ていますね。正しい角度の関係でいえば，Aより左側になければいけないんですね。でも，入試問題では，この図のように出題されています。図にまどわされないように気をつけましょう。

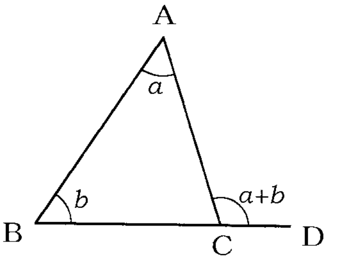
■多角形の角

◆三角形と角◆

・三角形の内角の和　……　１８０°

・三角形の内角と外角の関係　……　三角形の外角は，これととなり合わない２つの内角の和に等しい。

→　右の図で，∠ＡＣＤ＝∠a＋∠b



◆特別な三角形の角◆

・二等辺三角形　……　両底角の大きさは等しい。

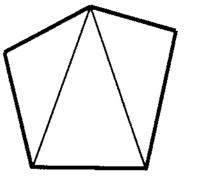
→　底角の大きさを a とすると，　(頂角)＝１８０°－２a

・正三角形　……　３つの角の大きさはすべて６０°

◆多角形と角◆

・n 角形の内角の和　……　１８０°×(n－２)

→　１つの頂点から対角線をひくと，(n－２)個の三角形に分けられる。右図の五角形ならば３個。



・n 角形の外角の和　……　３６０°

◆平行四辺形の角◆

・平行四辺形　……　向かい合う角の大きさは等しい。

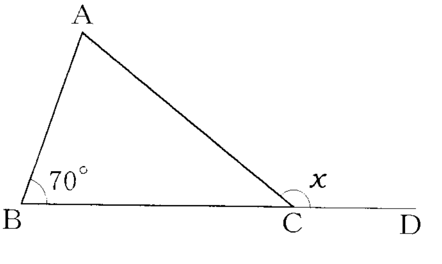
⇨角度を求める問題は難しくはありませんが，上の知識を複合するものが多いようです。

トレーニング

2　＜宮崎県＞

右の図のように，△ＡＢＣの辺ＢＣを延長した直線上の点をＤとします。

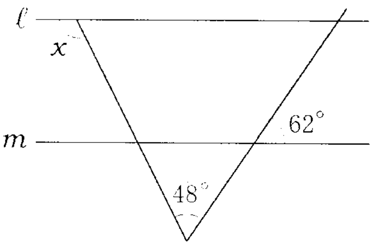
ＡＣ＝ＢＣ，∠Ｂ＝７０°のとき，∠ＡＣＤの大きさ x を求めなさい。



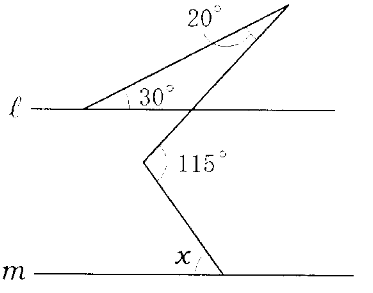
3

次のそれぞれの$\angle x$の大きさを求めなさい。ただし，$\ell // m$とします。

(1)　(北海道)



(2)　(長野県)

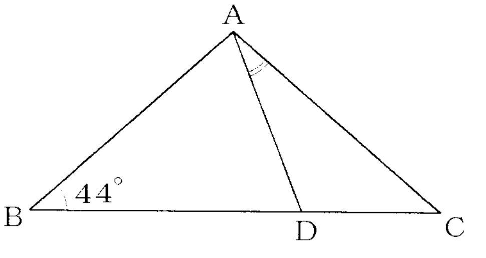


⇨次から，特別な三角形，四角形の角を使う問題です。落ち着いて取り組みましょう。

4　＜愛知県＞

右の図で，△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形，Ｄは辺ＢＣ上の点で，ＡＢ＝ＢＤです。

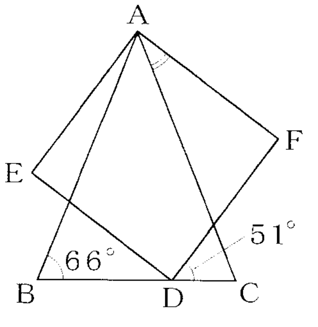
∠ＡＢＤ＝４４°のとき，∠ＣＡＤの大きさは何度ですか。



5　＜愛知県＞

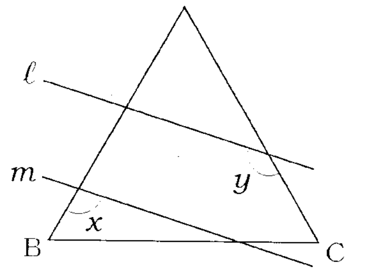
右の図で，△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形，Ｄは辺ＢＣ上の点で，四角形ＡＥＤＦは正方形です。

∠ＡＢＤ＝６６°，∠ＦＤＣ＝５１°のとき，∠ＦＡＣの大きさは何度ですか。



6　＜秋田県＞

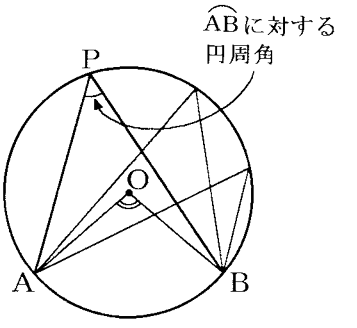
右の図で，△ＡＢＣは正三角形で，２直線ℓ，mは平行です。このとき，$\angle x + \angle y$を求めなさい。



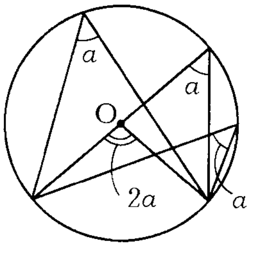
■円周角

◆円周角◆

・円周角 …… 円Oにおいて，$\overset{\frown}{AB}$以外の円周上の点をPとするとき，∠APBを$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角といいます。

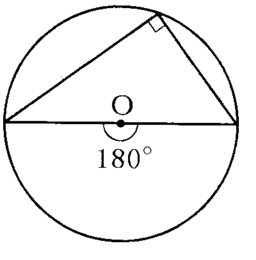


・円周角の定理 …… 1つの弧に対する円周角の大きさは一定で，その弧に対する中心角の半分です。



・半円の弧に対する円周角 …… 直角

⇨中心角180°，円周角90°です。

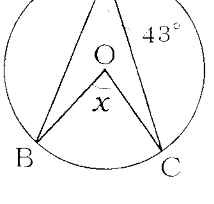


トレーニング

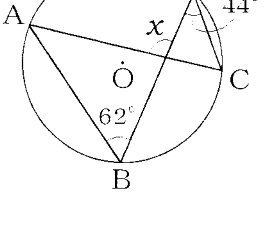
7

下の図で，点A，B，C，Dは円Oの周上の点です。∠xの大きさを求めなさい。

(1) (秋田県)



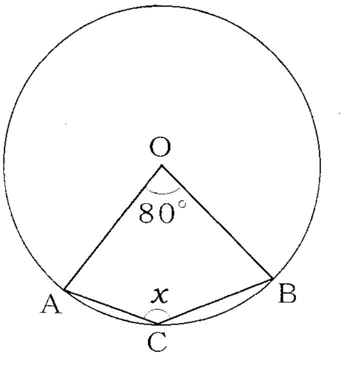
(2) (福島県)



8　＜宮城県＞

円Ｏの周上に点Ａ，Ｂがあり，∠ＡＯＢ＝８０°とします。このとき，次の問いに答えなさい。

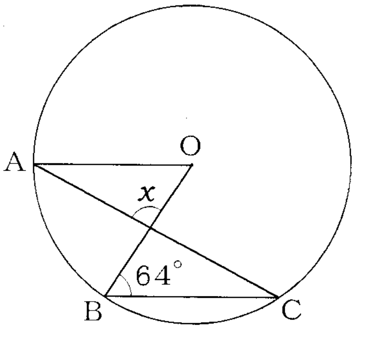
(1)　右の図のように，∠ＡＯＢを中心角とする$\overparen{\mathrm{AB}}$上に点Ｃがあり，点Ａと点Ｃ，点Ｂと点Ｃをそれぞれ結びます。∠ＡＣＢ＝∠xとするとき∠xの大きさを求めなさい。



(2)　円Ｏの半径が３ｃｍのとき，中心角が８０°であるおうぎ形ＯＡＢの面積を求めなさい。ただし，円周率はπとします。

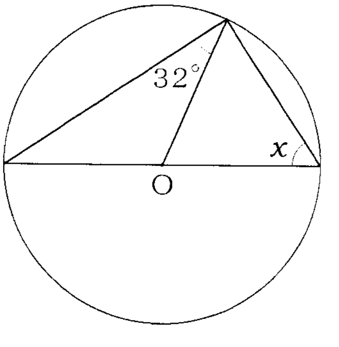
9　＜長野県＞

右の図でＡＯ//ＢＣのとき，∠xの大きさを求めなさい。ただし，Ｏは円の中心とします。



10　＜青森県＞

右の図の∠xの大きさを求めなさい。

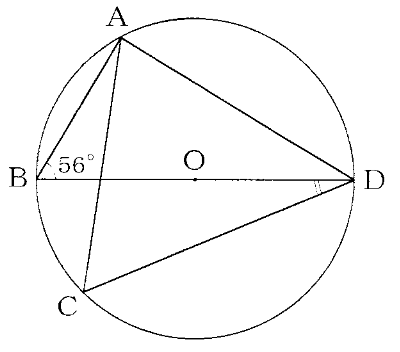


⇨次のページの問題で，きょうの学習をしめくくりましょう。

11 ＜愛知県＞

右の図で，４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄは円Ｏの周上にあり，線分ＢＤは円Ｏの直径で，ＡＣ＝ＡＤです。

∠ＡＢＤ＝５６°のとき，∠ＢＤＣの大きさを求めなさい。



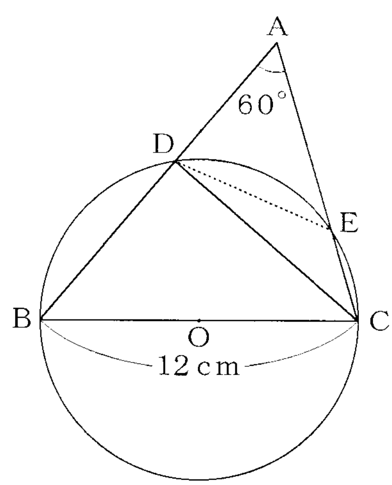
12 ＜沖縄県＞

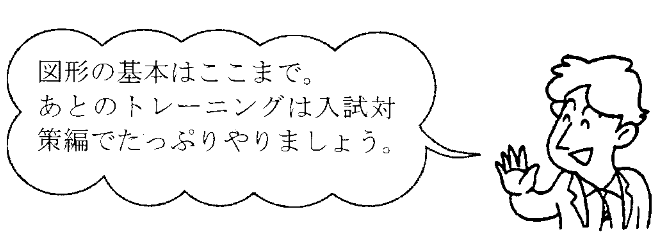
右の図のように，ＢＣ＝１２ｃｍ，∠ＢＡＣ＝６０°の三角形ＡＢＣと，ＢＣを直径とする円Ｏがあります。この円と辺ＡＢ，ＡＣとの交点(Ｂ，Ｃ以外の点)をそれぞれＤ，Ｅとします。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　∠ＢＤＣの大きさを求めなさい。

(2)　∠ＤＯＥの大きさを求めなさい。

(3)　線分ＤＥの長さを求めなさい。





学習項目の総復習

第 12 日　合同と相似

いよいよ図形編のメインですね。合同と相似です。三角形の合同条件と相似条件は大丈夫ですか。これは，絶対に忘れないようにしましょう。その条件を頭に入れて，問題の図の中の，どの部分が合同かあるいは相似かを見つけることがポイントになります。

■合同

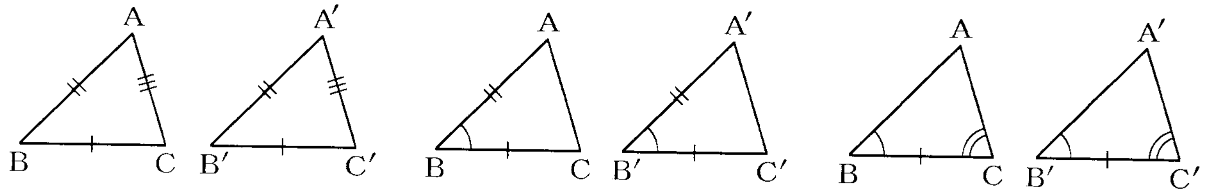
◆合同◆

・三角形の合同　……　２つの三角形は，次のどれかが成り立つとき合同になります。

①　３辺がそれぞれ等しい。

②　２辺とその間の角がそれぞれ等しい。

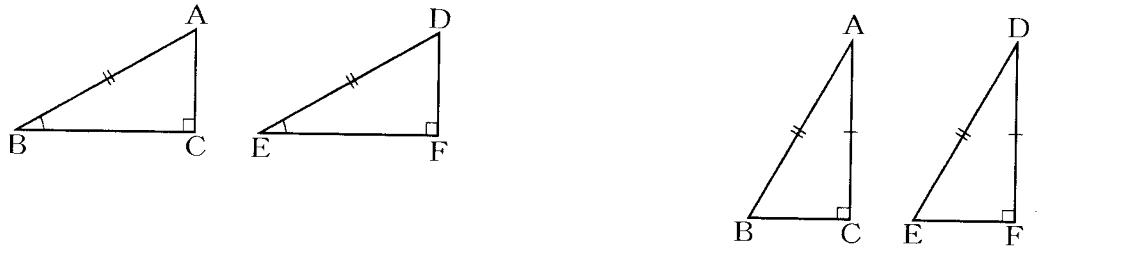
③　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

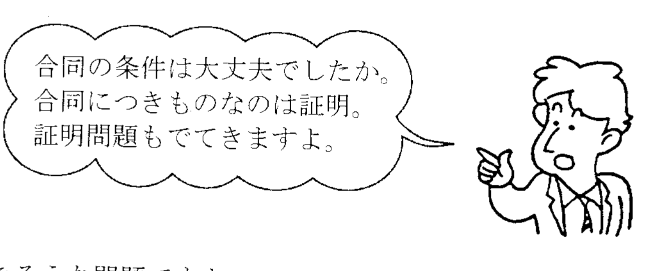


・直角三角形の合同　……　２つの直角三角形は，次のどちらかが成り立つとき合同になります。

①　斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい。

②　斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい。



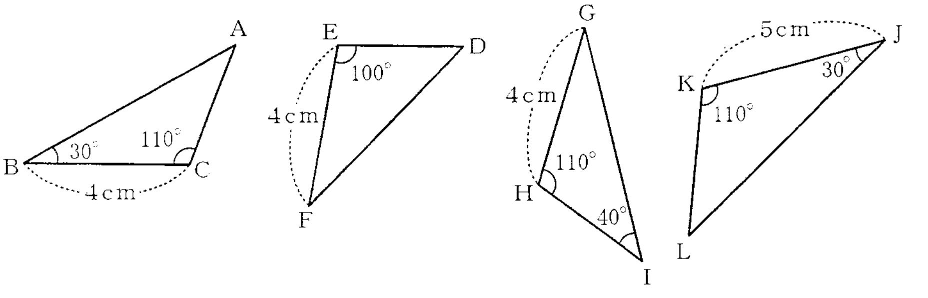


⇨まず，１問目です。定期試験に出てきそうな問題ですよ。

トレーニング

1 ＜福島県＞

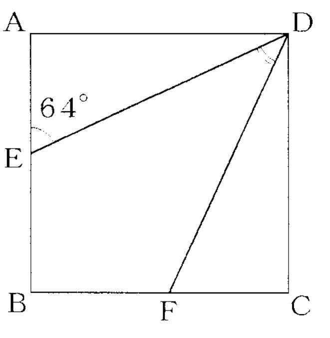
下の図で，合同な三角形はどれとどれですか。記号≡を使って表しなさい。



2 ＜愛知県＞

右の図で，四角形ＡＢＣＤは正方形，Ｅ，Ｆはそれぞれ辺ＡＢ，ＢＣ上の点で，ＡＥ＝ＣＦです。

∠ＡＥＤ＝６４°のとき∠ＥＤＦの大きさは何度ですか。

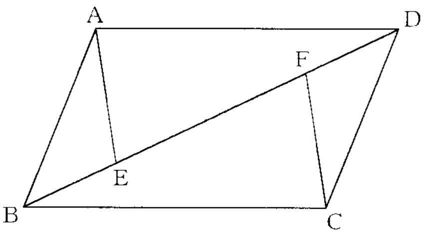


⇨それでは証明問題です。まずは，穴埋め問題からいきましょう。

3 ＜富山県改題＞

平行四辺形ＡＢＣＤの対角線ＢＤ上に，ＢＥ＝ＤＦとなるように２点Ｅ，Ｆをとります。

このとき，ＡＥ＝ＣＦとなることを次のように証明しました。（　　）には適切な言葉を，□にはあてはまる辺や角を書き入れて，証明を完成しなさい。



〈証明〉

△ＡＢＥと△ＣＤＦにおいて

ＢＥ＝ＤＦ　……仮定から

□＝□　……平行四辺形の（　　　　　）は等しいから

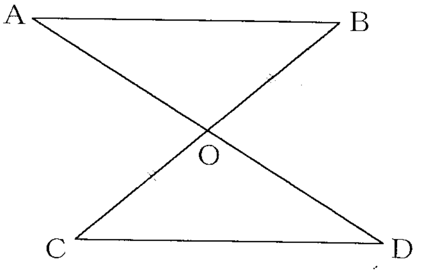
□＝□　……平行な２直線に１つの直線が交わるとき（　　　　　）は等しいから

（　　　　　）がそれぞれ等しいから　△ＡＢＥ≡△ＣＤＦ

合同な図形の対応する辺は等しいから　ＡＥ＝ＣＦである。

4 ＜沖縄県＞

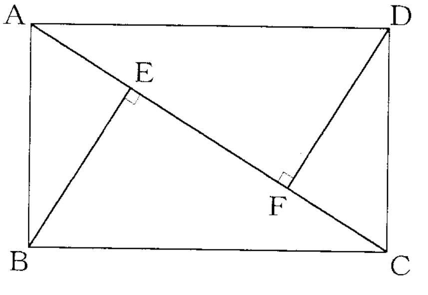
右の図で，ＡＢ//ＣＤ，ＯＢ＝ＯＣならば
ＯＡ＝ＯＤとなることを証明しなさい。



5 ＜青森県＞

右の図の長方形ＡＢＣＤで，対角線ＡＣに点Ｂ，Ｄから垂線をひき，その交点をそれぞれＥ，Ｆとします。

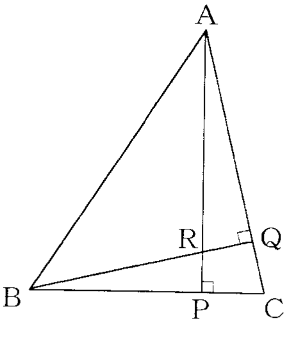
このとき，△ＡＤＦ≡△ＣＢＥとなることを証明しなさい。



⇨次は，等しい長さの辺を見つけるのがポイントです。

6 ＜茨城県＞

右の図のように，∠ＢＡＣ＝４５°の△ＡＢＣがあります。頂点Ａから辺ＢＣに垂線をひき，辺ＢＣとの交点をＰとし，頂点Ｂから辺ＡＣに垂線をひき，辺ＡＣとの交点をＱとします。また，線分ＡＰと線分ＢＱとの交点をＲとするとき，△ＡＲＱ≡△ＢＣＱとなることを証明しなさい。



■相似

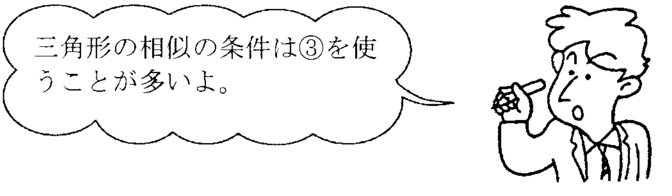
◆相似◆

・三角形の相似　……　２つの三角形は，次のどれかが成り立つとき相似になります。

①　３辺の比がそれぞれ等しい。

②　２組の辺の比が等しく，その間の角が等しい。

③　２組の角がそれぞれ等しい。

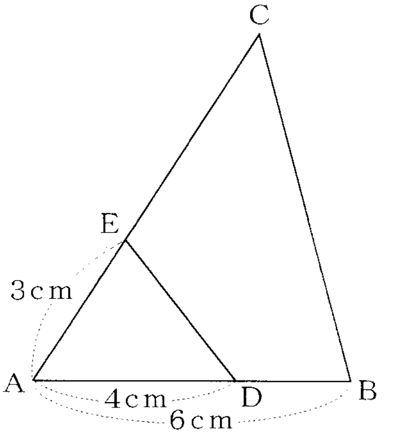


トレーニング

7　＜神奈川県＞

右の図のように，ＡＢ＜ＡＣである三角形ＡＢＣにおいて，辺ＡＢ上に点Ｄをとり，辺ＡＣ上に点Ｅを∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＥとなるようにとります。

ＡＢ＝６ｃｍ，ＡＤ＝４ｃｍ，ＡＥ＝３ｃｍのとき，線分ＣＥの長さを求めなさい。

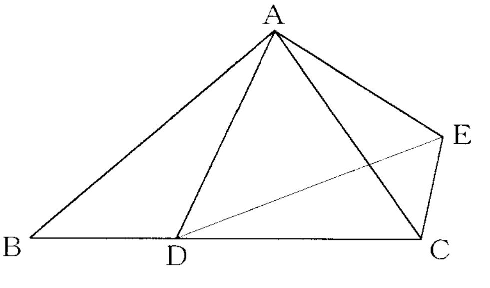


8　＜岐阜県＞

右の図で，点Ｄは線分ＢＣ上の点であり，△ＡＢＤ∽△ＡＣＥです。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　ＡＢ：ＡＣ＝ＡＤ：$\boxed{\quad\quad}$．

(2)　△ＡＢＣ∽△ＡＤＥであることを証明しなさい。



(3)　∠ＢＡＤ＝３０°　のとき，∠ＥＤＣの大きさを求めなさい。

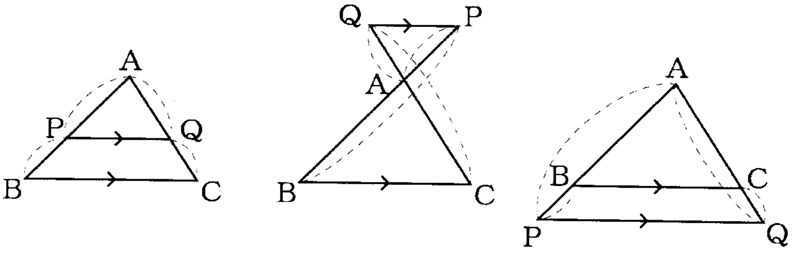
■平行線と線分の比

◆平行線と線分の比◆

・三角形と平行線　……　△ＡＢＣの辺ＡＢ，ＡＣまたはその延長上にそれぞれ点Ｐ，Ｑをとるとき，次の比の関係が成り立っています。

① ＰＱ//ＢＣならば　ＡＰ：ＡＢ＝ＡＱ：ＡＣ＝ＰＱ：ＢＣ

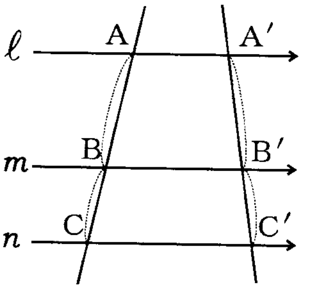
② ＰＱ//ＢＣならば　ＡＰ：ＰＢ＝ＡＱ：ＱＣ



・平行線と線分の比　……　右の図のように，いくつかの平行線に２直線が交わるとき，対応する線分の比は等しい。

ＡＢ：ＢＣ＝Ａ′Ｂ′：Ｂ′Ｃ′

ＡＢ：Ａ′Ｂ′＝ＢＣ：Ｂ′Ｃ′



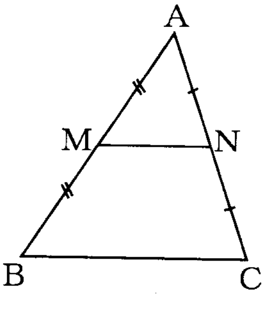
・中点連結定理　……　三角形の２辺の中点を結ぶ線分は，次の性質があります。

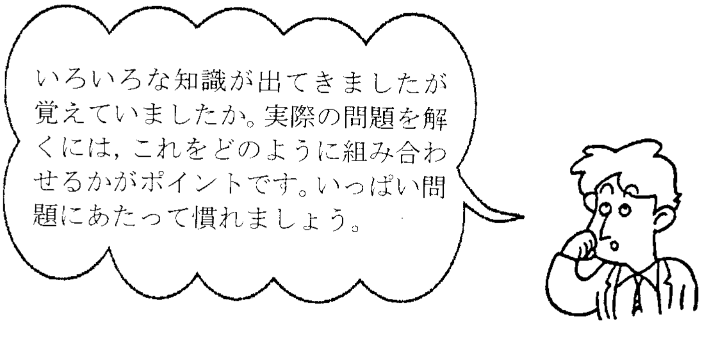
① 残りの辺に平行で，

② 長さはその半分に等しい。

右の図で　(1)　ＭＮ//ＢＣ

(2)　$\mathrm{MN}=\frac{1}{2}\mathrm{BC}$

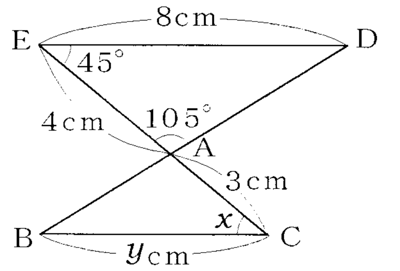




トレーニング

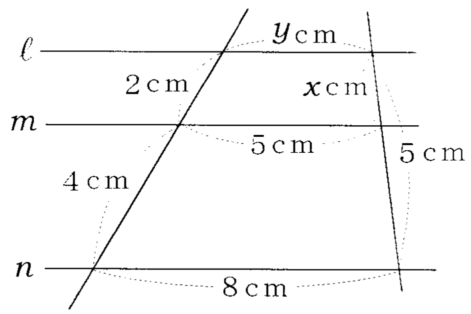
9 ＜沖縄県＞

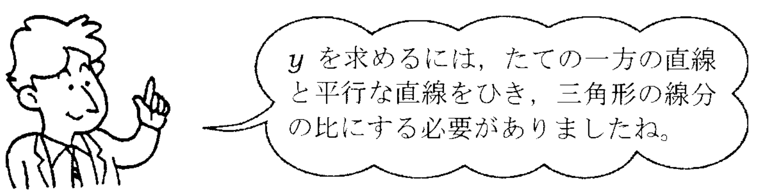
右の図のように，ＥＤ//ＢＣのとき，$\angle x$の大きさと線分ＢＣの長さ yを求めなさい。



10 ＜岡山県＞

右の図で ℓ // m, m // nのとき，x, yの値を求めなさい。

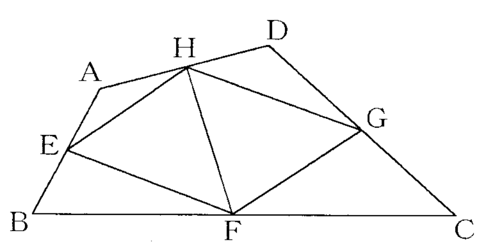




11 ＜茨城県＞

右の図で四角形ＡＢＣＤの辺ＡＢ，ＢＣ，ＣＤ，ＤＡの中点をそれぞれＥ，Ｆ，Ｇ，Ｈとするとき，

△ＥＦＨ≡△ＧＨＦであることを証明しなさい。

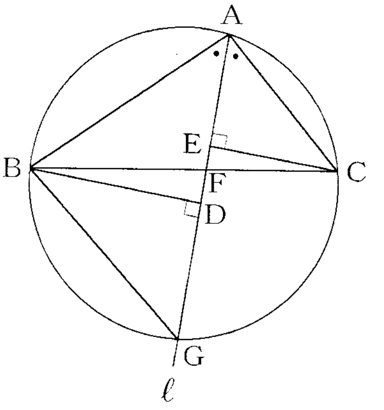


⇨四角形ＡＢＣＤの対角線をひけば，簡単ですね。

⇨それでは，円周角と相似が混じった問題をトレーニングしていきましょう。

12　＜兵庫県改題＞

右の図のように，ＡＢ＝３ｃｍ，ＢＣ＝４ｃｍ，ＣＡ＝２ｃｍの△ＡＢＣと∠ＢＡＣの二等分線 ℓ があります。点Ｂ，Ｃから直線 ℓ に垂線をひき，それぞれの交点をＤ，Ｅとします。また，直線 ℓ がＢＣおよび，３点Ａ，Ｂ，Ｃを通る円と交わる点をそれぞれＦ，Ｇとするとき，次の問いに答えなさい。



(1)　ＢＤとＣＥの長さの比を求めなさい。

(2)　ＢＦの長さを求めなさい。

(3)　△ＡＢＧと△ＡＦＣが相似であることを証明しなさい。

⇨実際の入試問題は，続く(4)でＡＦの長さを求めます。余裕のある人は解いてみましょう。

答え　$\dfrac{3\sqrt{6}}{5}$ ｃｍ

⇨きょうは，証明問題が多くて大変でしたね。入試問題では，この回学習したことや，次の回に学習する三平方の定理などがもっともっといりくんでいます。
でも，入試対策編を学習すれば，きっと自信がつくから心配しなくても大丈夫ですよ。

⇨きょうはゆっくり休みましょう。

memo

学習項目の総復習

第 13 日　三平方の定理・空間図形

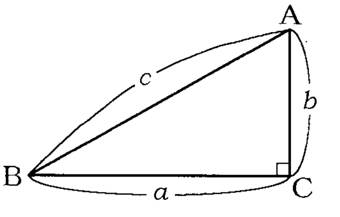
中学３年の最後のほうに学習する三平方の定理です。そんなに前に学習したことでないからよく覚えているでしょ。三平方の定理は，相似や円周角と組み合わせて出題されることが多いです。図形に直角があって，辺の長さを求める問題があったら，三平方の定理を使うかも。

■三平方の定理

◆三平方の定理◆

・三平方の定理　……　直角三角形の辺の長さには次の関係がいつも成り立っています。

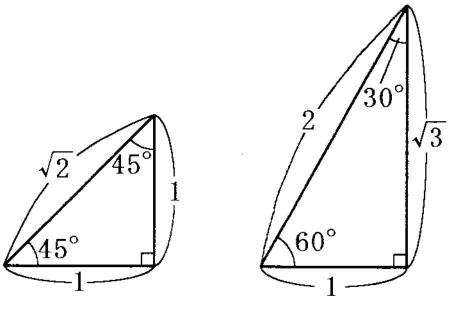
直角三角形の直角をはさむ２辺の長さを a，b，
斜辺の長さを c とすると
$$a^2+b^2=c^2$$



◆特別な直角三角形の辺の比◆

・直角二等辺三角形　……　３辺の長さの比は
$1 : 1 : \sqrt{2}$

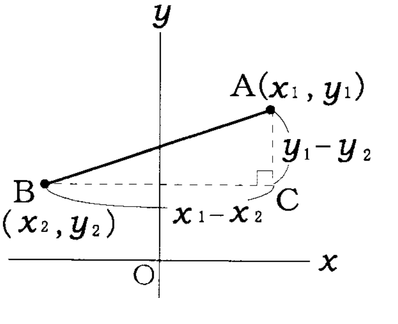
・３つの角が３０°，６０°，９０°の直角三角形
……　３辺の長さの比は
$1 : \sqrt{3} : 2$



◆座標平面への適用◆

・座標平面上の２点間の距離　……　２点を結んだ線分を斜辺とする直角三角形を考えて求めます。

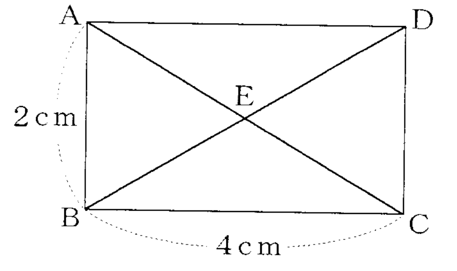
例　２点 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$ の間の距離は，
$$AB^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$$
⇦ x_1-x_2 はA，Bの x 座標の差。
⇦ y_1-y_2 はA，Bの y 座標の差。



トレーニング

1　＜山口県＞

右の長方形ＡＢＣＤで，対角線の交点をＥとするとき，線分ＡＥの長さを求めなさい。

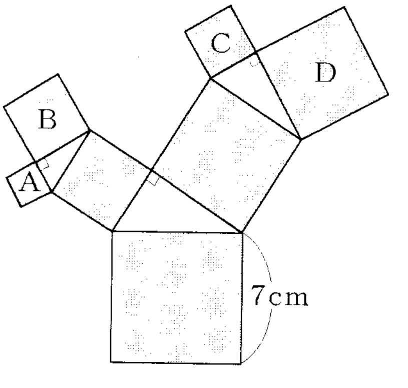


2　＜岡山県＞

２点Ａ(１，１)，Ｂ(４，３)の間の距離，ＡＢを求めなさい。

3　＜大分県＞

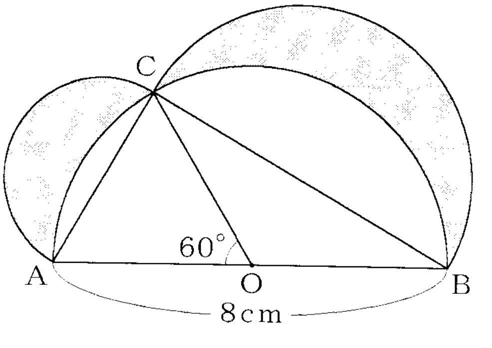
右の図で，影をつけた四角形はすべて正方形，三角形はすべて直角三角形です。正方形Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの面積の和を求めなさい。



4　＜岩手県＞

右の図は，ＡＢを直径とする半円Ｏの周上に，∠ＡＯＣ＝６０°となるように点Ｃをとり，ＡＣ，ＢＣをそれぞれ直径とする半円を△ＡＢＣの外側にかきいれたものです。

ＡＢ＝８ｃｍのとき，図の影をつけた部分の面積を求めなさい。ただし，円周率はπとします。



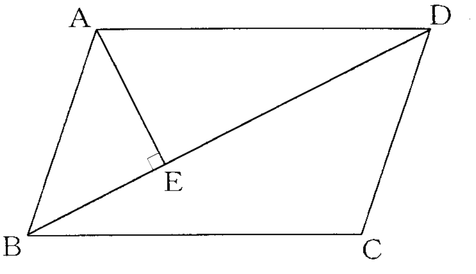
⇨今までのは，単純な問題でした。三平方の定理はいろいろな場面で使います。
次からは，いろいろな場面で使ってみましょう。

5 ＜富山県＞

右の図のように，平行四辺形ＡＢＣＤの頂点Ａから対角線ＢＤに垂線をひいて，その交点をＥとします。

このとき，ＢＥ＝４ｃｍとなり，△ＡＢＥの面積は平行四辺形ＡＢＣＤの$\frac{1}{6}$で，８ｃｍ^{2}でした。

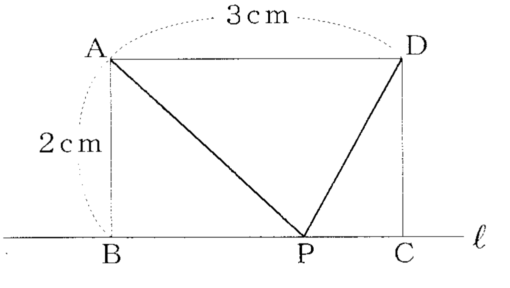
このとき，ＡＤの長さを求めなさい。



6 ＜長崎県＞

右の図のように，ＡＢ＝２ｃｍ，ＡＤ＝３ｃｍの長方形ＡＢＣＤを辺ＢＣが直線 ℓ 上にくるようにおきます。また，点Ｐは ℓ 上を動く点とします。

２つの線分ＡＰ，ＰＤの長さの和ＡＰ＋ＰＤが最小となるとき，ＡＰ＋ＰＤの長さは何ｃｍですか。



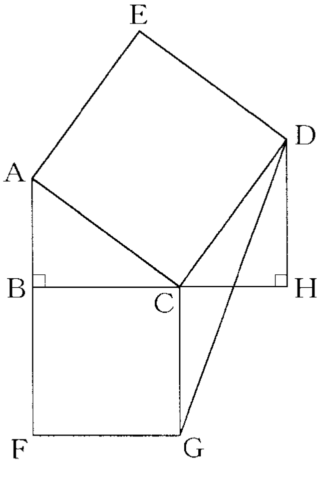
7 ＜千葉県＞

∠ＡＢＣ＝９０°の直角三角形ＡＢＣの外側に，ＡＣ，ＢＣをそれぞれ１辺とする正方形ＡＣＤＥ，正方形ＢＦＧＣがあり，点ＤからＢＣの延長上に垂線ＤＨをひきます。

このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　△ＡＢＣ≡△ＣＨＤであることを証明しなさい。

(2)　ＡＣ＝８ｃｍ，∠ＡＣＢ＝３０°のとき，ＤＧの長さを求めなさい。

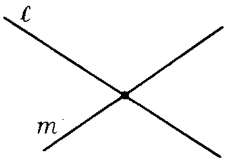


■空間における直線と平面の位置関係図形

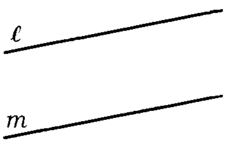
◆空間における直線と平面◆

・２直線の位置関係 …… 次の３つの関係があります。

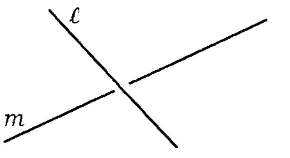
① 交わる



② 平行である

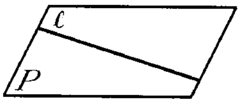


③ ねじれの位置

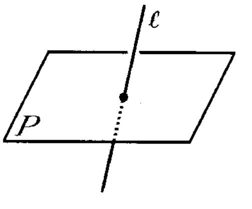


・直線と平面の位置関係 …… 次の３つの関係があります。

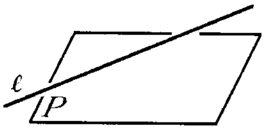
① 直線が平面上にある



② 交わる

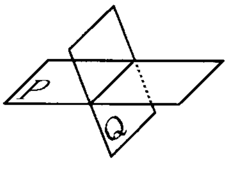


③ 平行である

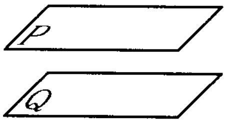


・２平面の位置関係 …… 次の２つの関係があります。

① 交わる



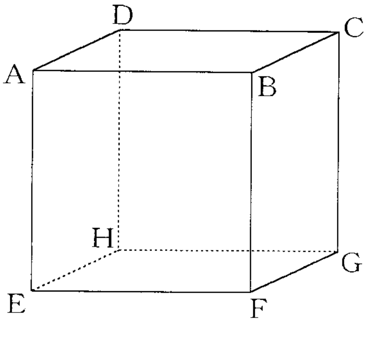
② 平行である



トレーニング それでは，トレーニング！

8 ＜栃木県＞

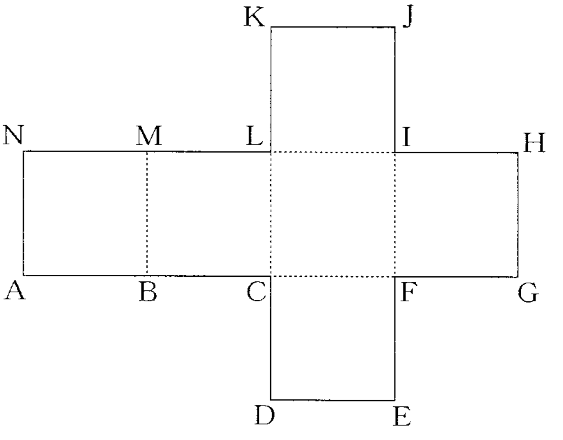
右の図の立方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨにおいて，辺ＡＥとねじれの位置にある辺の数はいくつですか。



⇨次は立体図形の展開図の問題です。切って曲げればわかるのですが，試験ではそれはできませんね。

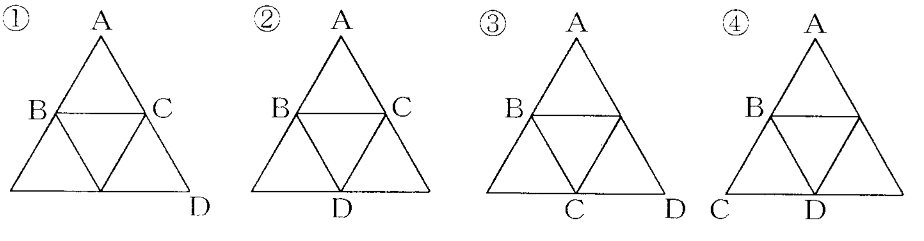
9 ＜和歌山県＞

下の展開図を組み立てて立方体をつくったとき，頂点Aと重なる頂点はどれですか。B～Nの中からすべて答えなさい。



10 ＜広島県改題＞

下の①～④は，正四面体の展開図です。これらの展開図を組み立ててそれぞれ正四面体をつくったとき，辺ＡＢと辺ＣＤがねじれの位置にあるものはどれですか。その展開図の番号を答えなさい。

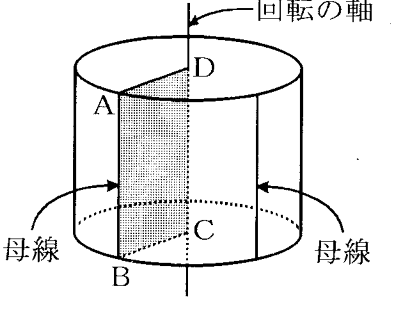


■空間図形

◆回転体◆

・回転体　……　1つの直線を軸として，平面図形を1回転させたときにできる立体を回転体といいます。

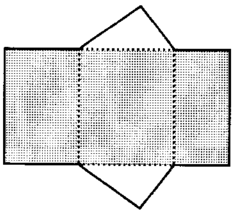
⇦円柱や円すいは回転体です。



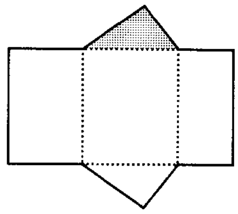
◆空間図形の計量◆

・立体の表面積 …… 立体の側面全体の面積を側面積といい，底面(１つ)の面積を底面積といいます。また，表面全体の面積を表面積といいます。

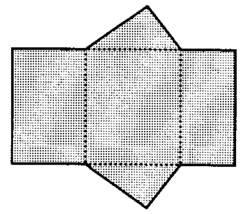
側面積



底面積



表面積

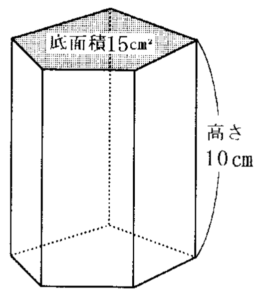


・柱体の体積 …… 角柱や円柱の底面積をＳ，
高さを h，体積をＶとすると

$$V = Sh$$

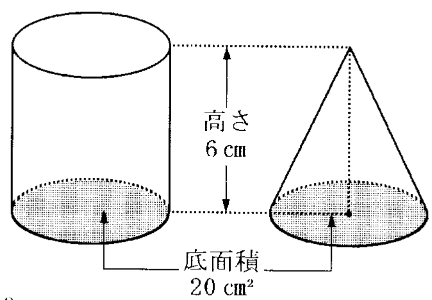
$\boxed{例}$ 右の五角柱の体積は

１５×１０＝１５０ (cm^3)



・すい体の体積 …… 角すいや円すいの底面積をＳ，
高さを h，体積をＶとすると

$$V = \frac{1}{3}Sh$$



$\boxed{例}$ 右の円すいの体積は

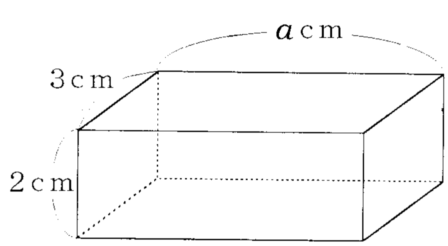
$\frac{1}{3} \times 20 \times 6 = 40$ (cm^3)

となり，左の円柱の体積の $\frac{1}{3}$

トレーニング

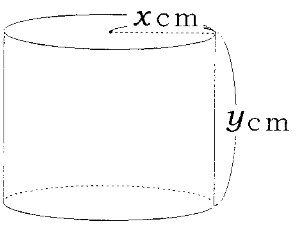
11 ＜青森県＞

右の図の直方体の表面積を S cm² とするとき，S を a の式で表しなさい。



12 ＜広島県＞

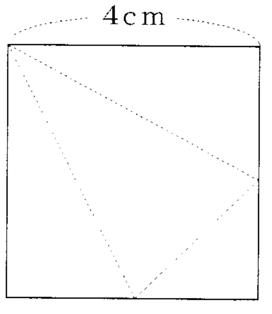
右の図のように，側面積が１０πｃｍ^{2}の円柱があります。この円柱の底面の半径をxｃｍ，高さをyｃｍとすると，yはxに反比例します。その比例定数を求めなさい。ただし，πは円周率とします。



13 ＜岡山県＞

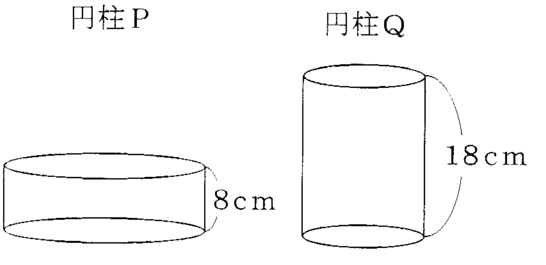
ある三角すいを展開すると，右の図のように１辺の長さが４ｃｍの正方形になりました。

この三角すいの体積を求めなさい。



14 ＜栃木県＞

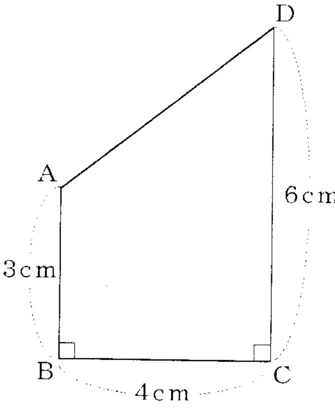
右の図のような，高さが８ｃｍと１８ｃｍの２つの円柱Ｐ，Ｑがあります。円柱Ｐ，Ｑの体積は等しく，円柱Ｑの底面の半径は，円柱Ｐの底面の半径より５ｃｍ短いといいます。円柱Ｐの底面の半径をxｃｍとして方程式をつくり，円柱Ｐの底面の半径を求めなさい。



15 ＜岡山県改題＞

右の図のような，ＡＢ＝３ｃｍ，ＢＣ＝４ｃｍ，ＣＤ＝６ｃｍの台形ＡＢＣＤがあります。

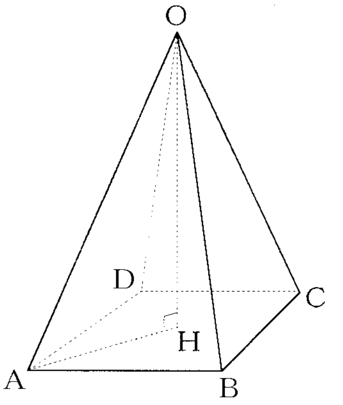
この台形を辺ＤＣを軸として１回転させてできる立体の体積を求めなさい。



⇨次は，三平方の定理を使うものです。

16　＜青森県＞

右の図の正四角すいは，ＯＨ＝１２ｃｍ，ＯＡ＝１３ｃｍです。この正四角すいの体積を求めなさい。



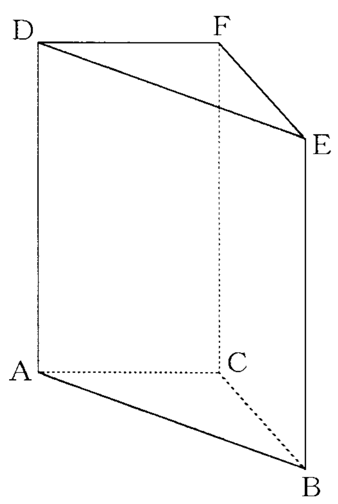
⇨最後に，三平方の定理と空間図形の総合的な問題をやってみましょう。

17　＜福岡県改題＞

右の図は，底面ＡＢＣがＡＣ＝ＢＣ＝５ｃｍ，ＡＢ＝８ｃｍの二等辺三角形で，側面がすべて長方形の三角柱ＡＢＣＤＥＦを表していて，ＡＤ＝９ｃｍです。

次の問いに答えなさい。

(1)　図の立体で，辺ＤＦとねじれの位置にある辺をすべて答えなさい。



(2)　図の立体の体積を求めなさい。

(3)　図の立体において，辺ＢＥ上に点Ｐを，ＤＰ＋ＰＣの長さが最も短くなるようにとります。このとき，ＤＰ＋ＰＣの長さを求めなさい。

学習項目の総復習

第 14 日　規則性

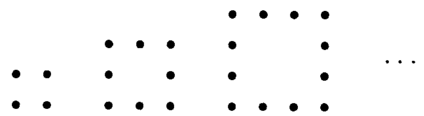
中学の教科書には規則性という学習項目はありませんでしたね。でも，高校入試では，この規則性の問題の出題があるようです。ですから，学習項目の総復習ということではないのですが，ここで，規則性の基本的な問題にあたっておきましょう。

■規則性をとらえる

◆規則性◆

・増加する規則　……　増加していくようすを n（文字）を使って一般的に表します。

例

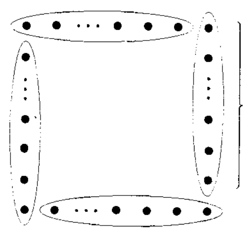


1 番目　2 番目　3 番目　…

図のように，1 番目，2 番目，3 番目，…の順序で，1 辺に 2 個，3 個，4 個，…の同じ個数の石を並べて正方形をつくる

n 番目の石の数　→　$4n$ 個

⇨右の図のように考えればわかります。



n 個

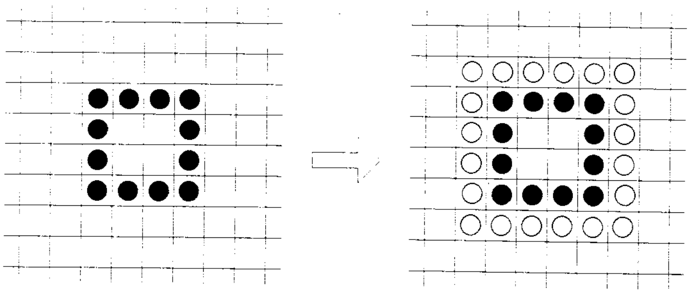
n 番目

トレーニング

1　<新潟県改題>

下の図 1 は，ます目に 1 2 個の黒い石を正方形の形に並べたものです。図 2 は，図 1 の黒い石を取り囲むように白い石を並べたものです。このように正方形が二重になった図形をつくるとき，次の問いに答えなさい。

図 1　　図 2



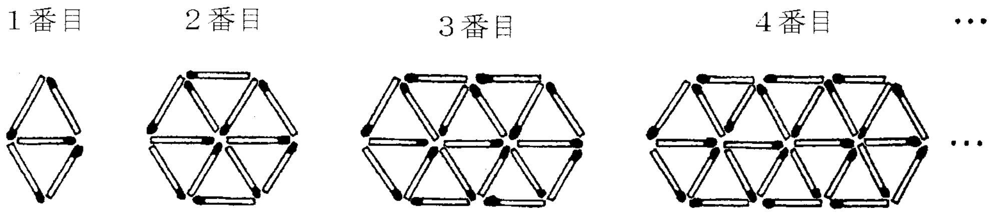
(1)　黒い石を１６個使って，図２のような図形をつくるとき，白い石は何個必要ですか。その個数を求めなさい。

(2)　黒い石を１辺に x 個並べて，図２のような図形をつくるとき，黒い石の数と白い石の数を，それぞれ x を用いて表しなさい。

2　＜石川県＞

マッチ棒を使って，下の図のように１番目，２番目，３番目，…と図形をつくっていきます。このとき番数（１番目，２番目，３番目，…）にともなって変わる数量がいくつかあります。

次の表は，その中の３つの例を示したものです。この表をもとに，次の(1)，(2)に答えなさい。



ともなって変わる数量＼番数		１番目	２番目	３番目	４番目	…
①	使われているマッチ棒の本数	5	12	(あ)	(い)	…
②	(　　　　　)	2	6	10	14	…
③	(　　　　　)	4	6	8	10	…

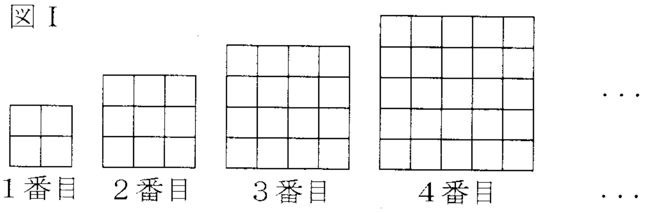
(1)　表の①について，(あ)，(い) にあてはまる本数をそれぞれ書きなさい。
　また，n 番目の本数を n を用いた式で表しなさい。

(2)　②，③の（　　）にあてはまる「ともなって変わる数量」を１つ書きなさい。

3 ＜京都府＞

下の図Ⅰのように，１番目，２番目，３番目，４番目，…と同じ大きさの正方形の白いタイルを，すきまなく規則的に並べて図形をつくっていきます。このとき，次の問いに答えなさい。

図Ⅰ

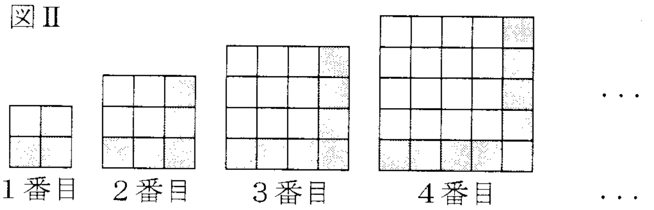


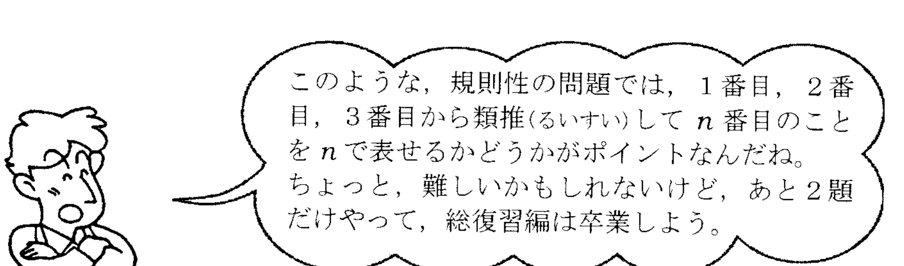
(1)　m 番目の図形には，白いタイルは何枚ありますか。m を用いた式で表しなさい。

(2)　次の図Ⅱのように，１番目，２番目，３番目，４番目，…と図Ⅰの図形の一部を，白いタイルと同じ大きさの黒いタイルに規則的におきかえていきます。

いま，n 番目の図形では，白いタイルの枚数が，黒いタイルの枚数より１１９枚多くなりました。このときの n を求めなさい。

図Ⅱ

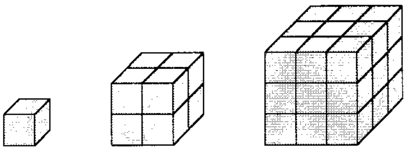




4 ＜山形県改題＞

下の図のように，同じ大きさの立方体の積み木を，すきまができないように床に積み重ねて１番目，２番目，３番目，…の順序で，１つずつ立方体をつくり，この順序に並べていきます。

次に，積み重ねてできた各立方体の表面を，それぞれ絵の具で塗っていきます。なお，床に面した底面も，絵の具で塗るものとします。



１番目　２番目　３番目　…

(1)　３番目と４番目の各立方体で，塗られた面が１面だけの積み木の個数と，塗られた面が２面だけの積み木の個数を，それぞれ調べたら下の表のようになりました。

表のア，イにそれぞれあてはまる数をかきなさい。

	３番目の立方体	４番目の立方体
塗られた面が１面だけの積み木の個数	6	ア
塗られた面が２面だけの積み木の個数	12	イ

(2)　n番目の立方体で，塗られた面が１面だけの積み木の個数を，nを用いて表しなさい。ただし，nは３以上の自然数とします。

(3)　n番目の立方体で，塗られた面が２面だけの積み木の個数を，nを用いて表しなさい。ただし，nは３以上の自然数とします。

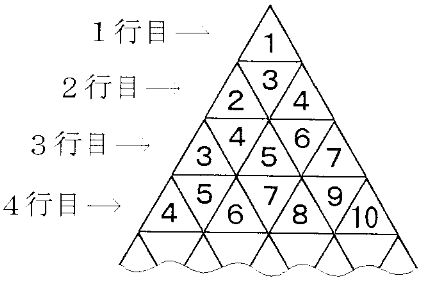
5　<千葉県>

右の図１のような正三角形のタイルがあります。このタイルと同じ大きさのタイルをすきまなく並べ，大きな正三角形をつくりました。

そして，図２のように，１行目のタイルに１，２行目のタイルに左端から２，３，４，３行目のタイルに左端から順に３，４，５，６，７，４行目のタイルに左端から順に，４，５，６，７，８，９，10と自然数の番号をつけていきました。このあとも同じ規則で２０行まで自然数の番号をつけていくとき，次の問いに答えなさい。

図１

図２



(1)　６行目のタイルの枚数を求めなさい。

(2)　番号５０を最初につけたタイルは何行目でしょう。

⇨これで，「学習項目の総復習」は終了です。過去の入試問題を解いてきましたから，自信がついたでしょう。

今までのところで，あまりつかえることもなく学習できた人は平均点以上はいきます。引き続き２巻以降の「入試対策編」に進みましょう。ちょっとつっかえるところが多かった人は，もういちど，つっかえた問題の解答をよく読んでください。そして，問題の番号をメモしておいてください。入試が近づいたらその番号の問題だけうちだしてやってみましょう。そのとき，できれば大丈夫です。

キョーイクソフト

TRAINING PAPER
DAILY PROGRAM

発行人　加藤　譲
発行所　株式会社 キョーイクソフト
Printed in Japan

高校入試60日間デイリープログラム

中学3年 数学